Les principes de la science chez Aristote et Euclide

RÉSUMÉ. — *Pourquoi la science grecque a-t-elle cherché son achèvement dans la forme axiomatique ? Pour tenter de répondre à cette question, nous confrontons la formulation aristotélicienne du programme épistémologique d'axiomatisation des sciences dans les* Seconds Analytiques *avec sa réalisation dans les* Éléments *d'Euclide. Il apparaît que les différents premiers principes euclidiens correspondent assez exactement à des exigences aristotéliciennes. Mais la réciproque n'est pas vraie. En outre, le texte des* Seconds Analytiques *ne permet pas de dégager une conception cohérente des premiers principes. Nous proposons de résoudre ces deux groupes de difficultés au moyen d'une unique hypothèse. La constitution d'un système déductif est issue des procédures formalisées de transmission des connaissances dans le discours d'un professeur idéal (sachant tout) à un élève idéal (ignorant tout). Le système des principes des* Seconds Analytiques *est donc instable, intermédiaire entre deux systèmes cohérents. Le premier est formé de termes à comprendre* (définitions) *et de propositions jugées vraies, soit de façon nécessaire* (axiomes), *soit de façon contingente, qui à leur tour se divisent en* hypothèses *et* postulats *selon l'assentiment ou le dissentiment de l'auditeur. Le second système est formé d'*axiomes *posant des propriétés indémontrables, de* définitions *de termes et d'*hypothèses *d'existence. Les* Seconds Analytiques *tentent donc de concilier deux conceptions grecques de la science : l'une, antérieure, qui en faisait un système de transmission* interlocutive, *l'autre, postérieure, qui en fera un système de connaissances* objectives. *C'est au point d'achèvement de cette préhistoire de l'axiomatique ancienne que se situent les* Éléments *d'Euclide.*

ABSTRACT. — *Why did Greek science search for its own achievement in the axiomatic form ? We try to answer this question by confronting Aristotelian epistemological program of axiomatisation of the sciences in* the Posterior Analytics *with its realisation in Euclid's* Elements. *It appears that the different Euclidean first principles fit quite exactly Aristotelian requirements. But the converse is not true. Moreover, it is not possible to draw a coherent concept of first principles from the text of* the Posterior Analytics. *We propound to resolve both types of difficulties by a single assumption. The historical constitution of a deductive system stands from formalised procedures of transmission of knowledge in the discourse of an ideal teacher (who knows everything) talking to an ideal pupil (who knows nothing). The system of first principles in* the Posterior Analytics *is thus unstable and intermediate between two coherent systems. The first one comprises* terms *to be understood* (definitions), *and propositions held to be true, either by necessity* (axioms) *or contingently ; these, in turn, can further be divided into* hypotheses *and* postulates, *depending on assent or dissent of the hearer. The second system comprises* axioms *stating unprovable properties,* definitions *of terms and* hypotheses *of existence.*

Thus, the Posterior Analytics *seek to reconcile the two Greek concepts of science. According to the first one, science is a system of interlocutive transmission ; according to the later one, it is a system of objective knowledge. Euclid's* Elements *are at the end of this prehistorical development of ancient axiomatic.*

Un des caractères les plus marquants de la science grecque, et pas seulement des mathématiques, est sa recherche obstinée de la démonstration. Cette préoccupation aboutit, sous sa forme radicale, à la présentation exhaustive de tout un corpus de connaissances sous la forme d'un système déductif unifié, qu'on peut bien dire « axiomatisé » avec toutes les précautions d'usage concernant la différence entre l'axiomatique ancienne et moderne. Hippocrate de Chios, un contemporain d'Aristote, est sans doute l'auteur du premier recueil d'*Éléments*[1], mais il ne semble pas encore s'appuyer sur un corpus de propositions absolument indémontrables[2], et distinguer nettement les prémisses premières d'une science et les prémisses d'un ensemble de démonstrations données. Il n'y a en tout cas aucune preuve de l'existence, antérieure à Euclide, de recueils *complets* de tels *Éléments*, au sens que le terme a pourtant déjà chez Aristote : « Nous donnons le nom d'éléments à ces propositions géométriques dont les preuves sont impliquées dans les preuves *de toutes les autres*, ou de presque toutes » (*Metaph.* B, 998 a 25 *sq.*[3]). La présence chez Aristote de cette définition déjà euclidienne montre pourtant qu'à son époque la recherche de ces « éléments », dont pourraient découler toutes les mathématiques, constitue bien, conformément au « témoignage » de Proclus, le programme de travail pour les mathématiciens de cette génération et des suivantes, jusqu'à Euclide[4]. Cette recherche aboutit aux *Éléments*[5], qui constituent la synthèse parfaite du savoir et de l'esprit des mathématiques grecques classiques, et comme un concentré de l'essence de la science grecque dans ce qu'elle a à la fois de plus particulier et de plus universel.

1. Voir Proclus, *Commentaire sur les Éléments d'Euclide* 66, 7 *sq.* : « Hippocrate écrivit un livre sur les éléments, le premier dont il nous reste quelque trace ». Le terme de « rassemblement » employé par Proclus un peu plus loin (68, 1) pour qualifier le travail d'Euclide sur les « éléments » antérieurs est discuté et ne permet pas de mesurer l'ampleur dudit travail.

2. Le terme *archai*, employé par Proclus en 61, 5, a le sens de « prémisses », points de départ de la démonstration.

3. Voir aussi *Top.* VIII, 3, 158 b 35 et 14, 163 b 23.

4. Proclus (66, 14 *sq.*) signale les noms de quatorze mathématiciens entre Hippocrate et Euclide (dont Archytas, Théétète et Eudoxe) qui se seraient livrés à cette recherche.

5. Il y a des traités scientifiques antérieurs à Euclide qui ont la forme déductive. Voir Autolycos de Pitane, *La sphère en mouvement* et *Levers et couchers héliaques* (éd. trad. par G. Aujac en collaboration avec J.-P. Brunet et R. Nadal, Paris, Les Belles Lettres, 1979) dont la date est sans doute d'une vingtaine d'années antérieure à Euclide, et qui traite d'une géométrie élémentaire de la sphère (« petite astronomie »), sous une forme axiomatisée.

Dès lors, une science devrait idéalement pouvoir se présenter sous la forme d'un tel système dans lequel seules sont considérées comme scientifiquement établies ces propositions qui sont susceptibles d'être inférées, en un nombre fini de médiations, de quelques propositions initiales. Ce modèle a été reconnu et adopté dans toute l'histoire grecque. Après Euclide, la présentation « axiomatique » s'imposa comme forme canonique dans de nombreux domaines, dans des ouvrages de mathématiques pures (traités d'Archimède — *De la sphère et du cylindre* — ou d'Appolonius de Pergè — les *Coniques*) mais aussi en optique (Ptolémée), dans des traités de mécanique (Archimède, *Sur l'équilibre des figures planes*), dans certaines branches de la théorie musicale, en statique et en hydrostatique, dans certains domaines de l'astronomie théorique (Aristarque de Samos, *Des grandeurs et des distances du Soleil et de la Lune*).

Le monument d'Euclide est-il ou non la réalisation de la théorie aristotélicienne de la science ? C'est à cette question, assez classique, que les considérations ci-dessous voudraient contribuer. À première vue, il ne fait guère de doute, en effet, que les conceptions d'Aristote, telles qu'elles nous sont présentées dans les *Seconds Analytiques*, constituent la première théorie de l'exposition des connaissances sous la forme d'un système déductif. Tout se passe comme si, entre l'épistémologie aristotélicienne et la mathématique « axiomatisée », il y avait eu une sorte de mouvement d'aller-retour : alors que d'un côté, dans son travail épistémologique, Aristote réfléchit et systématise l'œuvre des mathématiciens de son époque, d'un autre côté, Euclide semble réaliser scientifiquement ce qu'Aristote avait programmé épistémologiquement. À première vue, tout semble donc simple. La science selon Aristote doit être « démonstrative », car connaître, c'est non seulement connaître le fait mais aussi le *pourquoi*, et la réponse à ce *pourquoi* se ramène à la mise en évidence d'un lien déductif qui fait dépendre nécessairement une vérité d'autres vérités antérieures, déjà connues. Toute vérité scientifique (qu'elle concerne l'existence des objets ou leurs propriétés) doit ainsi être démontrée, à l'exception des « principes »[6], propositions absolument premières mais nécessairement admises, indémontrables mais nécessaires et suffisantes à démontrer toutes les autres. Ces principes sont posés au départ et constituent le prérequis minimal qui permet d'édifier, par voie simplement déductive, l'ensemble complet et ordonné de toutes les connaissances. Or c'est précisément ce que parvient à faire Euclide dans les *Éléments* dont chacun des livres s'ouvre sur l'énoncé du corpus minimal de propositions nécessaires et suffisantes à démontrer la vérité de toutes les autres.

6. Elles sont donc des « éléments » au sens défini plus haut. Rappelons cependant que le terme d'« élément » ne se trouve pas dans les *Seconds Analytiques* au sens technique que lui reconnaît par ailleurs Aristote.

Il y a donc un accord entre Aristote et Euclide sur l'essentiel : sur ce que doit être une science (ou du moins sur la manière dont elle doit se présenter), sur sa méthode, sur sa fonction et sur la raison d'être de ses principes.

Pourtant, si le rapprochement s'avère grossièrement valide et fécond, il pose de nombreux problèmes de détail, en particulier lorsque l'on confronte la classification et la théorie des différents types de principes reconnus par Aristote et théorisés dans les *Seconds Analytiques* avec les différents principes reconnus par Euclide et énoncés au premier livre des *Éléments*. C'est à cette confrontation que nous allons nous livrer afin de déterminer dans quelle mesure la science telle que la décrit de droit Aristote se réalise de fait chez Euclide, et si, réciproquement, la science euclidienne est fidèle à une épistémologie aristotélicienne. Cette confrontation se heurte à deux sortes de difficultés : d'une part, la correspondance entre les principes d'Aristote et d'Euclide n'est qu'approximative, d'autre part la théorie aristotélicienne des principes de la science semble elle-même hésitante et parcourue d'ambiguïtés.

LES PRINCIPES D'EUCLIDE ET LEUR CORRESPONDANCE AVEC LES PRINCIPES D'ARISTOTE

Le premier Livre des *Éléments* d'Euclide commence par l'énoncé de « principes » au sens qu'Aristote a donné à ce terme, c'est-à-dire des points de départ absolus des chaînes déductives. On compte vingt-trois *Définitions*[7], puis cinq *Demandes* (ou postulats)[8] et quelques *Notions communes* (de cinq à neuf, selon les éditions)[9].

7. Les cinq premières sont les suivantes : « Un point est ce dont il n'y a aucune partie ; une ligne est une longueur sans largeur ; les limites d'une ligne sont des points ; une ligne droite est celle qui est placée de manière égale par rapport aux points qui sont sur elle ; une surface est ce qui a seulement longueur et largeur ».

8. « 1. Qu'il soit demandé de mener une ligne droite de tout point à tout point,
2. Et de prolonger continûment en ligne droite une ligne droite limitée,
3. Et de décrire un cercle à partir de tout centre et au moyen de tout intervalle,
4. Et que tous les angles droits soient égaux entre eux,
5. Et que, si une droite tombant sur deux droites fait les angles intérieurs et du même côté plus petits que deux droits, les deux droites, indéfiniment prolongées, se rencontrent du côté où sont les angles plus petits que deux droits. »

9. « Notions communes : 1. Les choses égales à une même chose sont aussi égales entre elles.
2. Et si, à des choses égales, des choses égales sont ajoutées, les touts sont égaux,
3. Et si, à partir de choses égales, des choses égales sont retranchées, les restes sont égaux.
[4. Et si, à des choses inégales, des choses égales sont ajoutées, les touts sont inégaux.]
[5. Et les doubles du même sont égaux entre eux.]
[6. Et les moitiés du même sont égales entre elles.]
7. Et les choses qui s'ajustent les unes sur les autres sont égales entre elles.
8. Et le tout est plus grand que la partie.

Les *Définitions* d'Euclide correspondent assez exactement aux exigences épistémologiques d'Aristote. Pour ce dernier, la définition, en tant que principe, ne doit rien dire de l'existence de la chose définie : « ce que signifie le terme triangle, le géomètre le pose, qu'il existe, il le prouve » (*Anal. post.* II, 7, 92 b 15-16). La définition ne prouve rien. Et c'est rassurant. Si la définition prouvait quoi que ce soit, il suffirait de définir ce qu'est une chose pour montrer son existence, alors que, évidemment, toute existence d'un être mathématique doit être prouvée (au moyen d'une construction par exemple). Ces exigences posées par Aristote sont étroitement respectées par Euclide [10]. Ses *Définitions* sont purement « nominales » et les termes définis « en attente de démonstration d'existence de la chose » [11]. Ainsi le carré, par exemple, est-il d'abord défini par Euclide (déf. 22 : « parmi les figures quadrilatères, est un carré celle qui est à la fois équilatérale et rectangle »), mais son existence n'est jamais présupposée avant la proposition I, 46 où son existence est prouvée au moyen de la construction de la figure [12]. Il en va de même de tous les autres termes définis au début du livre I : ils donnent lieu, dans le cours du livre, à la construction du défini [13].

Sans doute Aristote reconnaît aussi un certain type de « définitions » qui impliquent en outre une assomption d'existence : « parfois il faut connaître les deux, le sens du mot et l'existence de la chose » (*Anal. post.* I, 1, 71 a 13-15) et il donne l'exemple de l'unité ; mais ces énoncés, qui disent ce que signifie un terme tout en assumant l'existence de la chose, sont explicitement distingués des définitions proprement dites et sont appelés des « hypothèses » (I, 2, 72 a 21-25). Celles-ci *ne* peuvent concerner *que* ce qu'Aristote appelle le « genre », c'est-à-dire l'objet ou le domaine d'objets de la science en question, par exemple le mouvement pour le physicien, la quantité (en général) pour le mathématicien « généraliste », la quantité divisible, c'est-à-dire la grandeur, pour le géomètre,

[9. Et deux droites ne contiennent pas une aire.] » (N.B. : Sont entre crochets les propositions douteuses qui ne figurent pas dans toutes les éditions.)

10. Voir l'analyse de E. HEATH, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Dover, 1956, vol. 1, p. 146, qui prend aussi comme exemple la définition du carré.

11. M. CAVEING, « Introduction générale » à Euclide d'Alexandrie, *Les Eléments*, Paris, PUF, 1990, vol. 1, p. 126.

12. La proposition I, 46 énonce en effet le problème suivant : « Décrire un carré sur une droite donnée ». Rappelons que les propositions d'Euclide sont soit des *problèmes* (de construction) destinés à démontrer des existences, soit des *théorèmes* destinés à démontrer des propriétés essentielles (voir la discussion de cette division dans Proclus, *op. cit.*, 77-81). On retrouve dans cette division la classification aristotélicienne des recherches scientifiques entre les questions de fait (*oti*) et les questions d'existence (*ei esti*), qui nécessitent l'une et l'autre la recherche d'un moyen terme, c'est-à-dire la réponse au *pourquoi* (*dioti*) pour les questions de fait (démonstrations des théorèmes), et la réponse à la question de l'essence (*ti esti*) pour les questions d'existence (cf. *Anal. post.* II, 1 et 2). Dans les deux cas, il y a donc démonstration.

13. À l'exception de celle de « surface plane« (I, 7) comme le remarque M. Caveing (*op. cit.*, p. 128).

et la quantité indivisible, c'est-à-dire l'unité (et par conséquent le nombre comme collection d'unités) pour l'arithméticien. On constate là encore, quoique d'une façon indirecte, la fidélité d'Euclide à l'aristotélisme. Sans doute il ne formule pas ces « hypothèses » comme telles [14] ; mais Aristote n'indique pas que le scientifique doive nécessairement le faire explicitement, il montre seulement qu'aucune science ne peut se passer d'assumer l'existence de son domaine d'objets [15]. On constate donc que, par sa pratique au moins, Euclide respecte cette exigence dans les livres géométriques : la grandeur n'est ainsi jamais définie, et, inversement, certaines définitions qui « enveloppent l'admission tacite de l'existence des genres premiers [...] ne correspondent pas à des démonstrations ultérieures d'existence » [16], par exemple les définitions de la ligne (I, 2) et de la surface (I, 5) qui présupposent l'existence de la grandeur.

En somme, les *Définitions* euclidiennes semblent bien réaliser l'idéal des définitions aristotéliciennes [17] : elles n'énoncent aucune vérité mais seulement la signification de certains termes, nécessaires à la formulation de tous les énoncés de la science, mais en se gardant de toute assomption d'existence ou de propriété qui nécessiterait une démonstration.

Quand on se tourne vers les *Notions communes* euclidiennes, on constate une aussi bonne correspondance avec les « axiomes » aristotéliciens [18]. Ce sont, comme le veut Aristote, des propositions « à partir desquelles s'effectue la démonstration » (*Anal. post.* I, 7, 75 a 42). C'est bien l'usage que fait Euclide de ses *Notions communes* : elles sont posées sans démonstration et servent aux démonstrations de toutes les autres propositions : elles sont en outre les seules

14. M. Caveing note : « C'est un fait que, concernant par exemple l'existence de l'unité arithmétique ou de la grandeur géométrique, elles seraient de celles qui n'ont jamais été contestées dans la tradition mathématique grecque [...] Dans un tel cas, Aristote autorise l'admission tacite et Euclide commence directement ses *Définitions* en utilisant les espèces de la grandeur, comme longueur, largeur et profondeur, traitant l'existence de la grandeur comme admises et le sens de ces termes comme connu » (*op. cit.*, p. 121). Notons toutefois que cette admission tacite ne concerne que les livres géométriques, car le premier des livres arithmétiques (le livre VII) s'ouvre sur les deux définitions de l'unité et du nombre : « Est unité ce selon quoi chacune des choses existantes est dite ; et un nombre est la multitude composée d'unités » (trad. B. Vitrac).

15. « Telle science peut se dispenser d'expliciter l'existence du genre, si cette existence est manifeste (en effet l'existence du nombre n'est pas aussi évidente que celle du chaud et du froid) » (*Anal. post.* I, 10, 76 b 17-19).

16. Voir M. Caveing, *op. cit.*, p. 127.

17. Les *Définitions* euclidiennes satisfont par ailleurs à d'autres exigences positives énoncées par Aristote, pour qu'elles puissent être admises à titre de principe de la science, voir E. Heath, *op. cit.*, p. 143- 151 et M. Caveing, *op. cit.*, p. 128-132.

18. D'ailleurs Aristote appelle parfois ses « axiomes », « opinions communes » (*Métaph.* B 2, 996 b 28, 997 a 21, 22, Γ 3, 1005 b 33 1061 b 19-25) ou « principes communs » (*Anal. post.* I, 10, 76 b 14, II, 32, 88 a 36), voire « communs » (*ta koina*), *ibid.*, I, 11, 77 a 27 *sq.*, I, 76 a 38, 41, 76 b 10, etc. Proclus note l'équivalence entre les « axiomes » d'Aristote et les « notions communes » des mathématiciens (*op. cit.*, 194, 8-9).

propositions non démontrées [19] utilisées au cours des démonstrations des théorèmes proprement dits, les trois premiers *Postulats* n'étant utilisés qu'au cours des constructions [20]. Quant à l'exigence d'Aristote que les axiomes doivent être « communs à plusieurs sciences » (*Anal. post.* I, 10, 76 a 38 [21]), elle est aussi respectée exactement par Euclide : seul le Livre I comporte des *Notions communes*, qui, de droit comme de fait, sont communes à l'ensemble de toutes les mathématiques des *Éléments*, c'est-à-dire à la fois aux livres arithmétiques et géométriques [22]. En outre, comme le recommandait Aristote, le mathématicien en fait un usage « analogique » (*ibid.*) : ainsi, la notion d'égalité, qui est en question dans presque toutes les *Notions communes* [23], règle les rapports entre des quantités quelconques, que ces quantités soient des nombres ou des grandeurs [24]. Il en va de même pour la *Notion commune* 8 (« le tout est plus grand que la partie ») qui concerne indifféremment les grandeurs ou les nombres. Réciproquement, on peut rappeler que l'exemple type de l'axiome aristotélicien est « si de choses égales, on ôte des choses égales, les restes sont égaux » [25] qui est la *Notion commune* 3 d'Euclide [26]. Il y a donc, entre les « axiomes » aris-

19. Rappelons que pour Aristote les « définitions » ne sont pas *stricto sensu* des « propositions », qui énoncent quelque chose de quelque chose (*ti kata tinos*) susceptibles de vérité ou de fausseté, puisqu'elles n'enveloppent aucune vérité (voir *Anal. post.* II, 3, 90 b 34-91 a 1).

20. Il n'en va pas de même des *Postulats* 4 et 5 qui, pour cette raison même, étaient souvent considérés par les Anciens comme des « axiomes » ou des propositions démontrables (voir E. Heath, *op. cit.*, p. 123-124). Pour le 4, c'est l'opinion de Géminus : « Si nous admettons cet énoncé comme évident et ne requérant pas de démonstration, ce n'est pas un postulat selon Géminus, mais un axiome ; car il attribue une propriété intrinsèque aux angles droits et ne demande pas que quelque chose soit produit par simple réflexion. Et ce n'est pas non plus un postulat selon la classification aristotélicienne, car selon son opinion, un postulat requiert une démonstration. Mais si nous disons qu'il peut être démontré et cherchons à le démontrer, alors, même selon la thèse de Géminus, il ne peut être classé comme un postulat » (Proclus 188, 2-11) ; ce qui veut dire qu'il doit être considéré pour Géminus comme un axiome, car, pour lui, le postulat est au problème ce que l'axiome est au théorème, c'est-à-dire une construction admise en vue de pouvoir effectuer d'autres constructions, comme l'axiome est une vérité admise en vue de pouvoir démontrer d'autres vérités (Proclus, *op. cit.*, 178, 1-184, 29). Quant au *Postulat* 5, dit « postulat des parallèles », on sait suffisamment comment il fut, dès l'Antiquité, considéré comme une proposition démontrable plutôt que comme un *Postulat*.

21. Voir aussi *ibid.*, I, 7, 75 b 2 et le développement de I, 11, 77 a 26-35.

22. Certaines *Notions communes* sont en effet tacitement utilisées en arithmétique. D'après le tableau de B. Vitrac, *in* Euclide d'Alexandrie, *Les Eléments*, Paris, PUF, vol. 2, 1994, p. 538, les seules utilisations des *Notions communes* par Euclide dans les livres arithmétiques sont la *Notion commune* 2 en VII, 5, la *Notion commune* 3 en VII, 7 et les *Notions communes* 1, 2, et 3 en VII, 8.

23. À l'exception de la *Notion commune* 9 qui, étant la seule qui soit proprement géométrique (et donc non « commune ») était, pour cela même, refusée ou considérée comme interpolée par les Anciens (voir B. Vitrac, *op. cit.*, vol. 1, 1990, p. 179).

24. Voir Aristote, *Anal. post.* I, 10, 76 a 37-b 2.

25. Par exemple, *Anal. post.* I, 10, 76 a 41, 76 b 21, I, 11, 77 a 30.

26. Sans doute Aristote reconnaît aussi, au-delà de ces principes communs à plusieurs sciences, l'existence de principes communs à toutes sciences, que sont le principe de contradiction et de tiers exclu (*Anal. post.* I, 11 et *Métaph.* Γ). Mais comme ils sont communs à toutes les sciences en tant que telles, c'est-à-dire en tant que déductives (et que par conséquent, ils sont aussi communs à la

toléliciens et les *Notions communes* euclidiennes, une correspondance quasi parfaite d'extension, de définition et de fonction.

La question se pose évidemment en des termes très différents pour les *Postulats* (ou « demandes »). Ceux d'Euclide ne s'apparentent pas du tout aux « postulats » décrits par Aristote (*Anal. post.* I, 10, 76 b 32-34), et posent en eux-mêmes de nombreux et lourds problèmes. Les trois premiers sont des demandes de possibilité de construction de certaines figures de base [27], la ligne droite (indéfiniment prolongée) et le cercle (de rayon quelconque). Du point de vue de la science d'Euclide, ces demandes sont légitimes dans la mesure où toute sa géométrie ne reconnaissant, comme on le dit parfois, que les constructions « à l'aide de la règle et du compas », il est nécessaire d'expliciter ce droit qu'on s'accorde, donc de le « postuler » [28]. Par ailleurs, étant donné que les *Définitions* initiales font appel à la ligne droite (Déf. 4, et, par suite Déf. 7 à 12, puis Déf. 19 *sq.*) et au cercle (Déf. 15, puis 16 à 18) et que, contrairement à ce qui se passe pour les autres figures (par exemple le triangle équilatéral, dans la Prop. I, 1, le carré en I, 46, etc.), jamais, par la suite, l'existence de ces deux figures de base dont sont « composées » toutes les autres, ne sera démontrée, il est bien nécessaire de demander que la possibilité de construction en soit initialement accordée. On comprend donc qu'un Géminus [29] fera des *Postulats* l'analogue, pour les problèmes, de ce que sont les *Notions communes* pour les théorèmes : les *Postulats* posent les existences nécessaires et suffisantes aux constructions (et donc aux démonstrations d'existence) effectuées par les problèmes, comme les *Notions communes* posent les propriétés nécessaires et suffisantes aux propriétés démontrées dans les théorèmes.

Les trois premiers *Postulats* euclidiens ont donc une fonction très proche de ce qu'Aristote appelait des « hypothèses » : quand on se donne la possibilité de certaines constructions, on pose ou on « suppose » par là même des existences, ce que ne peuvent pas faire par elles-mêmes les *Définitions*, et on suppose les existences des objets qui ne peuvent pas être démontrées mais qui sont nécessaires et suffisantes à démontrer celles de tous les autres, et propres au genre dont il s'agit (en l'occurrence, en géométrie, celui de la grandeur). Le génie d'Euclide aurait alors consisté à réduire toutes les existences des êtres géométriques non pas exactement à celles de leur genre (la grandeur) comme s'il s'agissait d'« hypothèses » au sens aristotélicien, mais à celles de deux figures

dialectique, voir *Anal. post.* I, 11 77 a 26-35), nul scientifique n'a besoin de les énoncer. (Voir M. Caveing, *op. cit.*, p. 119, n. 287.)

27. Voir B. Vitrac, *op. cit.*, vol. I, p. 171.

28. Bien que, comme le note B. Vitrac, *op. cit.*, vol. I, p. 171, « il n'y a évidemment pas de mention d'instrument dans les postulats ». Sur la place et les fonctions des trois premiers postulats, nous renvoyons à ses analyses p. 169-173.

29. Voir ci-dessus n. 19.

particulières, la droite et le cercle, qui ne sont pas des *Notions communes* (puisqu'elles sont propres), et qu'il faut donc bien « demander » (puisqu'elles ne peuvent pas être prouvées). Notons cependant que ce rapprochement ne concerne évidemment que les trois premiers postulats, le quatrième (« Et que tous les angles droits soient égaux entre eux ») et le cinquième (« Et que, si une droite tombant sur deux droites fait les angles intérieurs et du même côté plus petits que deux droits, les deux droites, indéfiniment prolongées, se rencontrent du côté où sont les angles plus petits que deux droits ») s'apparentant davantage à des axiomes (à ceci près qu'ils n'ont rien de « commun ») voire à des propositions démontrables, comme l'ont remarqué (pour le déplorer) la plupart des commentateurs depuis l'Antiquité [30].

Il se dégage, de cette rapide analyse, une assez bonne corrélation entre la pratique et l'usage par Euclide de ses trois types de principes, avec les exigences épistémologiques des *Seconds Analytiques* : les *Définitions* d'Euclide correspondent aux vœux d'Aristote ; les *Notions communes* d'Euclide répondent assez strictement aux attendus formulés par Aristote concernant les « axiomes ». Et les trois premiers *Postulats* euclidiens, même s'ils ne correspondent pas aux « postulats » d'Aristote, répondent à certaines exigences concernant ses « hypothèses » [31]. Euclide a donc bien exécuté un programme qui se trouve chez Aristote : dans le sens rétrospectif, d'Euclide vers Aristote, la détermination est très bonne.

Il n'en va pas de même dans le sens inverse, d'Aristote vers Euclide. Car il y a de nombreux aspects de la théorie des principes de la science chez Aristote, à quoi rien, de fait ni de droit, ne correspond dans l'usage euclidien des prin-

30. Sur cette question, Proclus nous a laissé un témoignage long et précis retraçant les discussions des Anciens (*op. cit.*, 178, 1-184, 29). Pour Géminus, par exemple, le postulat 4 est un axiome (voir ci-dessus n. 20) ; Proclus tente, quant à lui, de le démontrer. On sait, par ailleurs, les innombrables tentatives de démonstration du fameux cinquième postulat depuis l'Antiquité. Notons, à la suite de M. Caveing, qu'il en va de même des éditeurs modernes : « l'édition Princeps de Bâle et celle de Gregory placent les *Postulats* 4 et 5 parmi les Axiomes, avec les numéros 10 et 11 » (*op. cit.*, p. 123, n. 11).

31. Proclus note cette corrélation remarquable entre les trois types de principes d'Euclide et d'Aristote (*op. cit.*, 75, 5-77, 6) : « Quand ce qui est assumé et compté comme principe est à la fois connu de l'élève et convainquant en lui-même, alors c'est un axiome, par exemple la proposition selon laquelle les choses égales à une même chose sont égales entre elles. Quand, en revanche, l'élève n'a pas la notion de ce qu'on lui dit, qui porte sa conviction en lui-même, mais cependant l'accepte et approuve qu'on l'assume, c'est une hypothèse. Ainsi, nous ne préconcevons par une notion commune et sans qu'on nous l'ait appris que le cercle est telle ou telle figure, mais quand on nous le dit, nous l'admettons sans démonstration. Quand, enfin, ce qui est affirmé est à la fois inconnu et assumé même sans l'assentiment de l'élève, alors, nous avons affaire à un postulat, par exemple que les angles droits sont égaux. » On constate que Proclus est obligé de sélectionner parmi les textes d'Aristote ceux qui permettent le rapprochement, et surtout que, pour pouvoir faire le rapprochement entre le postulat d'Aristote et celui d'Euclide, il est obligé de ne prendre comme exemple que le quatrième postulat d'Euclide ; il doit en outre modifier le vocabulaire, pour pouvoir faire correspondre les « définitions » d'Euclide aux « hypothèses » d'Aristote.

cipes. Non seulement parce qu'il y a certains principes d'Aristote (« thèses », « hypothèses ») dont on ne trouve pas d'équivalent chez Euclide, non seulement parce que leurs définitions respectives du « postulat » sont très largement différentes, mais, plus gravement, parce qu'il n'y a pas une théorie unique, harmonieuse et cohérente des principes chez Aristote. En sorte que les « principes » tels qu'on les trouve chez Euclide, peuvent bien correspondre à certaines exigences formulées par Aristote, mais non à toutes, ne serait-ce que parce qu'elles ne sont pas toutes compatibles entre elles et ne forment pas un système uniforme. C'est ce que nous allons voir maintenant.

LES HÉSITATIONS DES *SECONDS ANALYTIQUES*

Aristote aborde la question des principes tout au long de la première partie des *Seconds Analytiques*, et plus particulièrement dans les chapitres 2 et 10. Il est possible d'harmoniser à peu près toutes ses analyses jusqu'au chapitre 10 : les points de vue varient d'une manière significative mais l'ensemble reste cohérent.

Au chapitre 1 (71 a 11-17), Aristote distingue deux sortes de préconnaissances requises par toute science : « que la chose est » autrement dit des propositions vraies (et il donne comme exemple le principe de tiers exclu) et « ce que le terme signifie » (par exemple le « triangle ») ; « tantôt, ajoute-t-il, il faut connaître les deux » (71 a 12), sens du mot et existence de la chose (par exemple « l'unité », 71 a 16-17). Il est clair en effet que l'unité étant ce qui définit le genre de l'arithmétique (son objet propre dont il s'agit d'étudier les propriétés essentielles, comme l'expliquera le chapitre 7), il faut en poser l'existence, elle ne peut pas être démontrée[32] ; ce troisième cas correspond à ce qui sera appelé au chapitre 2 « l'hypothèse », alors que les deux premiers correspondront respectivement aux « axiomes » et aux « définitions ». Notons que, dans ce premier chapitre, le vocabulaire est celui de l'apprentissage : c'est tout enseignement (διδασχαλία) et tout apprentissage (μάθησις) qui requièrent des connaissances antérieures de la part de l'apprenant (71 a 1)[33], sans lesquelles il ne pourrait rien *apprendre*, que ce soit inductivement (on doit connaître le particulier) ou déductivement (on doit connaître des prémisses) ; et c'est lui encore, l'apprenant, qui doit *comprendre* (ξυνιέναι) le terme employé.

32. On a déjà noté que c'est la première définition d'Euclide au début des livres arithmétiques (L. VII) : « est unité ce selon quoi chacune des choses existantes est dite une » ; la seconde est le nombre, « multitude composée d'unités ».

33. Voir le commentaire de J. Barnes : « A 1 considers in general terms some of the conditions for the acquisition of knowledge » (Aristotle's *Posterior Analytics*, Oxford, Clarendon Press, 1975, p. 89 et notes *ad. loc.*).

Le développement du chapitre 2 (72 a 14-22) aboutit finalement à une division tripartite comparable, même si la perspective est différente et permet quelques précisions. La notion générale de « principe [...] non démontrable » est divisée en « thèse » qui « n'est pas indispensable à qui veut apprendre quelque chose », et « axiome », « indispensable à qui veut apprendre quelque chose, quoi que ce soit », et la « thèse » est elle-même divisée en « hypothèse » qui implique une assomption d'existence (par exemple l'affirmation de l'existence de l'unité), et la « définition », sans assomption d'existence (par exemple l'affirmation que l'unité, c'est ce qui est indivisible selon la quantité). La problématique générale de ce chapitre demeure didactique, comme dans le précédent, mais le point de vue est ici plutôt celui du maître que de l'élève : le maître *pose* ce que signifient les termes, alors que l'élève n'a qu'à les « comprendre ».

Notons cependant une ambiguïté dans l'opposition de l'axiome et de la thèse. Soit on comprend qu'elle met en corrélation ce qui est « nécessaire pour apprendre *toutes* choses » et ce qui n'est « pas nécessaire à *toutes* choses », autrement dit le commun et le propre, et on y voit une anticipation de la distinction faite au chapitre 10 (76 a 37 - b2) entre les principes communs et les principes propres à chaque science (hypothèses et définitions)[34]. Soit on comprend qu'elle oppose le *nécessaire* et le *pas nécessaire*, autrement dit ce qui est *nécessairement* prérequis pour quelque apprentissage que ce soit et ce qui se trouve *être posé* (en « thèse ») par le maître, sans être indispensable à quelque apprentissage que ce soit : en ce cas, il y aurait plutôt l'anticipation de la distinction faite dans un passage ultérieur du même chapitre 10 (76 b 23-77 a 4) entre les axiomes d'un côté (en dépit de l'absence du mot), et les « hypothèses » et les « postulats » de l'autre.

Il n'y a pas davantage de difficulté dans le passage du chapitre 7 (75 a 39 - b2) qui distingue, dans la démonstration, les « conclusions » (c'est-à-dire les propositions démontrées), les axiomes « à partir desquels s'effectue la démonstration », et « le genre sous-jacent », c'est-à-dire l'objet propre de la science « dont la démonstration fait apparaître les propriétés et les attributs essentiels ». Notons seulement que, dans ce dernier texte, au contraire des précédents, la considération n'est plus « didactique » mais « gnoséologique » et « systématique ». Une science n'est plus considérée tacitement comme une discipline d'étude dont les éléments sont appris d'une façon progressive, mais comme un corpus de connaissances présentées et ordonnées systématiquement au moyen de la démonstration : les prérequis de l'élève des chapitres 1 et 2 sont cette fois définis comme étant des exigences de l'opération déductive elle-même ; et les vérités qui étaient définies comme devant à la fois être déjà assumées et être

34. C'est par exemple ce que fait J. BARNES, *op. cit.*, n. *ad. loc.*, p. 103.

comprises par l'élève (autrement dit les *hypothèses* d'existence des chapitres 1 et 2) sont cette fois définies par le *domaine des objets* concernés par l'opération déductive.

Les vraies difficultés se trouvent au chapitre 10, dans lequel on peut distinguer quatre traitements successifs du système des principes.

Le premier paragraphe (76 a 32-36) introduit un nouveau point de vue. Les principes sont cette fois envisagés à partir des *objets* de la connaissance scientifique. Il y a d'abord le point de vue « intentionnel », qui résulte de l'entrecroisement entre deux oppositions : celle du « mot » et de la « chose » (distinction signification/existence) et celle du « primitif » et du « dérivé » (distinction non démontré/démontré). De là, le tableau suivant : la signification du nom est posée tant pour les termes primitifs que pour les termes dérivés [35]. Quant à l'existence de la chose, elle est posée pour les primitifs (par exemple l'unité et la grandeur) et démontrée pour les autres [36]. On voit donc que les « choses » dont l'existence doit être posée sont aussi celles dont le « terme » doit être défini, et correspondent aux « hypothèses » du chapitre 2, et au « genre » étudié par telle ou telle science du chapitre 7 (l'unité pour l'arithmétique ou la grandeur pour la géométrie). Bien que la perspective de ce paragraphe, qui se modèle sur les objets eux-mêmes, soit nouvelle, elle peut sans difficulté être accordée avec la perspective didactique du chapitre 7, et sa distinction entre « hypothèses » et « définitions ».

Le second traitement des principes au chapitre 10 (76 a 37-b 10) envisage aussi les *objets* de la science mais le point de vue est cette fois « extensionnel » et se fonde sur l'opposition « propre/commun ». Ce qui est propre à chaque science, c'est son domaine d'objets « dont elle pose l'existence, et dont elle étudie les attributs essentiels » (76 b 3-4) (par exemple l'unité, en arithmétique ; en géométrie le point et la ligne, posés à la fois dans leur signification et dans leur existence) ; mais ce qui est propre, c'est aussi (76 a 38-76 b 2) la signification des termes de ce qu'on peut appeler les attributs essentiels démontrables (par exemple, en arithmétique : pair, impair, carré et cube ; en géométrie : irrationnel, ligne brisée, oblique). On voit que le « propre » regroupe deux types de principes du chapitre 2, à savoir les « hypothèses » et les « définitions ». Il y a, d'autre part, ce qui est « commun à plusieurs sciences, par analogie » : c'est, par exemple, « si de choses égales, on ôte des choses égales, les restes sont égaux ». On est renvoyé à un type de principes appelé « axiome » au chapitre 2 : il n'est légitime en effet que s'il est commun à plusieurs sciences,

35. Les exemples d'Aristote sont « unité, droit, triangle », et se réfèrent respectivement à un terme primitif et à deux termes dérivés, qui correspondent bien, en effet, à trois « définitions » chez Euclide (respectivement I, 7, I, 4 et I, 19, « trilatère »).

36. Voir M. Caveing, *op. cit.*, p. 118.

sinon il serait une sorte de droit exorbitant que s'accorderait un scientifique de recourir à des principes non démontrés pour les besoins de son propre domaine. Bien que ce point de vue « objectif » sur les « axiomes » soit différent du point de vue didactique des chapitres 1 et 2, il n'est pas en contradiction avec lui.

Un peu plus loin, dans le même chapitre (76 b 11-22), un troisième point de vue est envisagé sur les principes, qui renoue avec celui adopté par le chapitre 7, où une science était considérée comme un système déductif. Aristote distingue le « genre », dont « l'existence est posée » et dont elle « étudie les propriétés essentielles », les principes « communs dits axiomes », « à partir desquels s'effectue la démonstration », et les propriétés du genre, qui sont démontrées et dont la signification a été posée (76 b 15). C'est la même classification qu'au chapitre 7, et elle ne concerne pas seulement les principes, quoiqu'on puisse y reconnaître successivement les hypothèses, les axiomes et les définitions.

Tous les points de vue envisagés jusqu'à présent ont beau être distincts et impliquer différentes conceptions de la nature de la science, ils sont compatibles entre eux et aboutissent à un même système tripartite. Il n'en va pas de même du dernier texte du chapitre 10 (76 b 23-77 a 4), qui accumule les difficultés, et propose une nouvelle classification.

Il y aurait d'abord « ce qui n'est ni une hypothèse, ni un postulat » (76 b 23). Ce dernier terme est surprenant, il n'a jamais été mentionné, et il fait ainsi une apparition bien subreptice. « Ce qui n'est ni une hypothèse ni un postulat » est défini, positivement, comme étant « ce qui est nécessaire par soi et qu'on doit nécessairement admettre (δοκεῖν) » (76 b 23-24) parce qu'il « s'adresse au discours intérieur de l'âme et non au discours extérieur : on ne peut rien y objecter (ἐνστῆναι) » (76 b 26-27). Quel est ce nouveau « principe » ? Puisqu'il n'est pas une hypothèse et ne peut pas être une définition, s'agit-il de l'axiome qui serait ainsi défini par deux nouveaux critères : vérité *nécessaire*, d'une part intrinsèquement et d'autre part par l'adhésion qu'on y porte ? Non seulement les critères sont nouveaux, mais le vocabulaire employé est étonnant [37].

Il y a ensuite une deuxième espèce de principes, « ce qui, *démontrable* est néanmoins posé par le maître *sans démonstration* », espèce dans laquelle on distingue celui qui est posé « avec l'assentiment de l'élève : c'est l'hypothèse (relative à l'élève) » et celui qui est posé sans l'assentiment de l'élève, « si l'élève n'a pas d'opinion ou a une opinion contraire » : c'est le postulat (76 b 27-31).

37. Cette « phraséologie », comme dit BARNES, *op. cit.*, p. 135, est unique chez Aristote. Elle rappelle évidemment la thèse de Platon (*Théét.* 189 e) sur la pensée comme dialogue intérieur, mais aussi la position d'Aristote sur le principe de contradiction : on peut refuser d'y croire en parole, mais non en pensée, cas d'Héraclite (*Métaph.* Γ, 3 1005 b 11-34) — ce qui confirmerait qu'Aristote fait ici allusion à l'axiome.

Il y a ici une série de difficultés. On a d'abord une vraie contradiction. Il s'agit d'une nouvelle définition de l'hypothèse, incompatible avec la précédente. Celle-ci est *démontrable*, alors que celle qui était définie au chapitre 2 (comme proposition qui pose l'existence du genre) était *indémontrable* ; celle-ci dépend de l'assentiment de l'élève, celle-là était une condition objective de la science (il faut nécessairement, pour étudier un domaine d'objets, poser ce domaine et donc « faire comme si », hypothétiquement, ou du moins *a priori*, ce genre existait). Pour concilier ces deux textes, la seule solution consisterait à distinguer, en forçant les textes, deux sortes d'hypothèses : l'« hypothèse absolue » qui serait l'hypothèse au sens défini au chapitre 2, et l'« hypothèse relative à tel élève », définie ici.

Par ailleurs, ce texte fait apparaître un nouveau type de principe dont il n'a jamais été question : le « postulat ». On notera que ce sens technique de « postulat » est unique chez Aristote ; le mot a ailleurs un sens beaucoup plus lâche [38]. On notera aussi, avec J. Barnes [39], que « hypothèse » et « postulat » sont ici des termes relatifs : quand une proposition est démontrable et que le maître l'assume sans démonstration, si l'élève l'admet, alors le maître la *suppose* et c'est une hypothèse relativement à cet élève ; s'il la refuse, alors le maître la *demande* (ou la « postule ») et c'est un « postulat ». Mais, de toutes façons, le sens est bien différent chez Euclide, dont les cinq *Postulats* comprennent trois demandes de construction et deux « demandes » de propriétés, sans aucune référence à la relation à un élève, ou à une contestation possible [40].

Les lignes suivantes du texte présentent une nouvelle difficulté. Le « postulat » est distingué de l'« hypothèse » de la façon suivante : « le postulat est ce qui est contraire à l'opinion de l'élève, *ou* ce qui est démontrable mais posé et utilisé sans démonstration » (76 b 32-34). Notons que le texte des manuscrits propose bien ici *deux* définitions récapitulatives du postulat, bien que beaucoup d'éditeurs, voulant n'y voir qu'une seule définition, suppriment le « ou » (ἤ) [41]

38. Dans la *Rhét. à Alexandre* 10, 1433 b 17-28, « demande » a un sens rhétorique : les postulats dans le discours sont les demandes faites par les orateurs à l'audience ; quelques-unes sont légitimes, d'autres non. Il est juste, par exemple, d'exiger que les auditeurs soient attentifs à ce qui est dit et aient une écoute favorable, jugent conformément à la loi, aient de la compassion pour le malheur, etc.

39. J. Barnes *op. cit.*, n. *ad. loc.*, p. 136.

40. Afin de rapprocher les deux usages du terme postulat, M. Caveing, (*op. cit.*, p. 120) suppose que les postulats aristotéliciens se référeraient à des hypothèses contestées et seraient donc devenues des postulats comparables à ceux d'Euclide : « qu'il soit demandé de mener une ligne droite de tout point à tout point », etc.

41. J. Barnes note, par exemple, *op. cit.*, p. 136 : « this is insane ». J. Tricot (éd. Vrin, 1979, *ad. loc.*, p. 58) note, sans justification : « L. 33, nous supprimons, avec G. R. Mure, ἤ après δόξῃ ». H. Tredenick et E.S. Forster éditent le texte des manuscrits, mais notent : "I doubt whether two definitions of αἴτημα are offered", here, as Ross concludes ». D. Ross conserve en effet le texte des manuscrits et signale dans son apparat critique la suppression du ἤ par Hayduck.

et tentent d'accorder les deux formulations. E. Heath, cependant, dans son édition des *Éléments* d'Euclide, cite Aristote dans le texte des manuscrits[42], ce qui lui permet de noter que la *deuxième* définition s'accorde avec la pratique d'Euclide, et même avec celle d'Archimède dans *De l'équilibre des fluides*. Sans doute, mais cela ne vaudrait au mieux que pour les postulats 4 et 5. En outre, qu'en est-il alors de la première définition ? Et pourquoi les deux définitions n'ont-elles rien à voir entre elles ? Tout se passe comme si la première définition était faite du point de vue didactique, du rapport à l'élève (comme l'« hypothèse » au chapitre 2), et comme si la seconde se référait à l'opération déductive, conformément au point de vue adopté dans le chapitre 7.

Après cela, Aristote envisage le problème des termes (ὅροι) et il les distingue des « hypothèses ». « Ceux-ci ne disent rien de l'existence ou de la non-existence [...] ; les termes requièrent seulement d'être compris (ξυνίεσθαι), au contraire de l'hypothèse (car tout ce qu'on entend n'est pas une hypothèse) » (76 b 35-37). « Les hypothèses sont telles que, lorsqu'elles ont été posées, quelque chose d'autre qu'elles en résulte par le seul fait qu'elles ont été posées » (76 b 38). Si l'on considère, que *oroi* (termes) est ici équivalent à « définition », ce qui semble légitime, on aurait affaire ici à une nouvelle description de la « définition », faite, au contraire du chapitre 2, mais comme en certains passages du chapitre 1, du point de vue de l'élève, c'est-à-dire de la *compréhension* des termes (on ne demande à l'élève que de « comprendre » les *termes*[43] employés[44]) et non du point de vue du maître, c'est-à-dire de l'*établissement* des définitions (le maître *pose* ce que les termes signifient, leur détermination, *orismos*). Ici, comme dans la distinction « hypothèse » et « postulat » qui vient d'être faite, la « définition » est envisagée principalement du point de vue de l'apprenant.

La dernière surprise du texte est la (ou les) nouvelle(s) définition(s) qu'il propose du concept d'« hypothèse ». Elle semble bien être prise ici au sens très général de « prémisse » — et non pas au sens très étroit où il a été pris jusqu'à présent dans les *Seconds Analytiques*. En effet, partout ailleurs, dans sa théorie de la déduction syllogistique, Aristote définit les « prémisses d'une déduction »

42. « If we take the other description in which it is distinguished from a hypothesis as being an assumption of something which is proper subject of demonstration without the assent or against the opinion of the learner, it seems to fit Euclid's Postulates fairly well » (E. HEATH, *op. cit.*, p. 119-120).

43. Y aurait-il, entre le point de vue de celui qui pose une définition (le « maître »), et le point de vue de celui qui la comprend (le point de vue de l'« élève »), le principe d'une distinction entre les concepts d'*oros* et d'*orismos*, dont les significations sont difficiles à différencier (voir BONITZ, *Index*, 530 a 4-16) ?

44. Notons que dans les passages du chapitre 1 qui adoptent aussi « le point de vue de la compréhension » (71 a 12, par opp. à 14), le concept de « définition » (*orismos*) n'apparaît justement pas.

comme ces propositions « telles que, lorsqu'elles ont été posées, quelque chose d'autre qu'elles en résulte par le seul fait qu'elles ont été posées »[45], autrement dit les propositions prises comme points de départ d'une démonstration. Il est possible, en réalité, que dans ce texte (76 b 35-77 a 3) Aristote soit en train de passer en revue divers sens du mot « hypothèse » puisque, dans les lignes qui suivent, il semble avoir encore un autre sens : « Pas davantage il ne faut admettre que le géomètre pose des hypothèses fausses [...] quand il affirme que la ligne tracée est d'un pied de long, ou est droite, alors qu'elle n'est ni d'un pied de long, ni droite. En fait le géomètre ne tire aucune conclusion de ce qu'est la ligne particulière dont il parle, mais seulement de ce que les figures révèlent » (76 b 39-77 a 3)[46] : cette caractérisation de l'« hypothèse » la rapprocherait de l'« ecthèse » euclidienne[47], cette étape de la démonstration où l'on s'appuie sur une figure pour instancier, sur un exemple particulier, les données d'un théorème (ou d'un problème) qui devra pourtant être démontré (ou résolu) en termes universels. Mais Aristote semble bien revenir, à l'extrême fin du chapitre, à cette autre hypothèse, corrélative du postulat, qu'il vient d'introduire dans le chapitre, c'est-à-dire au sens de proposition *démontrable* mais néanmoins posée par le maître *sans démonstration* ; en effet, il note (en 77 a 3) : « en outre, toute hypothèse, comme tout postulat, est ou universelle ou particulière, tandis que les termes ne sont ni l'un ni l'autre » ; ce qui montre que l'« hypothèse » et/ou le « postulat » sont deux types de prémisses, de forme propositionnelle, au contraire des « définitions », et qu'elles sont assumées *sans démonstration* pour pouvoir mener à bien telle démonstration particulière. On est loin en tout cas de l'« hypothèse » des chapitres 1 à 7, indémontrable, définitoire du genre, et dont l'existence doit nécessairement être assumée *a priori* pour qu'une science soit possible.

Concluons ce passage en revue des différentes conceptions du principe dans les *Seconds Analytiques* par le relevé des différents problèmes qu'ils posent.

La notion de « thèse » (absente d'Euclide et propre à Aristote, semble-t-il), regroupant « hypothèse » et « définition », apparaît au chapitre 2 et non au chapitre 10.

La notion de « postulat » (présente chez Euclide, mais dans un sens différent, ou dans un sens compatible avec une seule des deux définitions d'Aristote) apparaît au chapitre 10, et n'apparaît pas au chapitre 2.

45. Voir la définition de la déduction (συλλογισμός) en *Top.* I, 1, 100 a 25, et *Anal. pr.* I, 1, 24 b 18-20. Ce sens de « hypothèse » est courant chez Aristote : voir BONITZ, *Index*, 796 b 59-797 a 15.

46. À rapprocher de ce que dit Aristote en *Métaph.* B 2, 997 b 35-998 a 4 (cité par J. BARNES, *op. cit.*, p. 137) : « les lignes sensibles ne sont pas telles que le géomètre les dit (car les sens ne nous donnent ni ligne droite ni courbe conforme à la définition). »

47. Voir ci-dessous p. 358, en part. note 66.

Il y a plusieurs façons de définir les principaux concepts. « Axiome » est défini au chapitre 2 comme étant « indispensable à qui veut apprendre quelque chose, quoi que ce soit », au chapitre 10 d'abord par l'idée de communauté entre les sciences puis par l'idée de nécessité à la fois objective et subjective. « Définition » est défini alternativement comme étant le résultat du travail d'établissement et de détermination d'un objet ou comme étant ce qui n'a besoin que d'être compris. « Postulat » est défini dans la même formule comme ce qui « est contraire à l'opinion de l'élève, ou ce qui est démontrable mais posé et utilisé sans démonstration ».

Enfin, il y a, pour l'« hypothèse », deux définitions contradictoires. Au chapitre 2, c'est un principe *indémontrable*, non indispensable (parce que « générique », selon le chapitre 7) avec assomption d'existence — et on retrouve implicitement cette définition dans deux des passages du chapitre 10. Mais dans le dernier des passages, l'« hypothèse » est définie comme ce qui est « *démontrable* » mais posée par le maître sans démonstration — à supposer qu'il n'y ait pas une ou plusieurs autres définitions de l'« hypothèse », au sens général de prémisse d'une déduction quelconque ou au sens d'« instanciation des données ». Aux difficultés à harmoniser le système des principes d'Aristote avec celui d'Euclide s'ajouteraient donc les difficultés à harmoniser celui d'Aristote avec lui-même.

À moins... qu'elles ne se soustraient ! — et que celles-ci n'expliquent en partie celles-là. En effet, puisque, lorsqu'on remonte d'Euclide vers Aristote, on trouve dans les *Seconds Analytiques* d'une part une théorie entièrement compatible avec la pratique d'Euclide et d'autre part un système cohérent, et que les difficultés commencent lorsque l'on fait l'opération inverse, d'Aristote vers Euclide, on est en droit de supposer qu'il n'y a pas dans les *Seconds Analytiques*, un système de classification des principes, mais *deux*, parfaitement cohérents mais incompatibles entre eux. Le second (chronologiquement) serait celui qui devait être utilisé par les mathématiciens et qu'on retrouvera donc dans le texte d'Euclide. Le premier, plus ancien, serait celui qui était en usage auparavant, et par exemple, peut-être, dans les milieux académiques. Et puisque nous avons trouvé, en lisant les *Seconds Analytiques*, qu'Aristote concevait la science, tantôt du point de vue de l'apprentissage, tantôt du point de vue de la connaissance, on peut supposer que ces deux points de vue correspondent respectivement à deux conceptions du système des principes. En somme, nous nous proposons de résoudre les difficultés précédentes au moyen de l'hypothèse suivant laquelle l'« axiomatique » ancienne ne fut pas, d'abord, un *savoir*, c'est-à-dire un corpus organisé de connaissances mais la formalisation des procédures du discours que doit employer l'enseignant idéal (sachant tout) pour transmettre rationnellement (c'est-à-dire sans le secours ni de l'argument d'autorité ni de l'appel à l'expérience) tout son savoir à un élève idéal (ignorant tout)[48]. C'est seulement progressivement que se serait constitué historiquement un système déductif « axiomatisé » aboutissant aux *Éléments* d'Euclide, où les anciennes procédures dialogiques et didactiques sont « fossilisées » dans un discours purement gnoséologique (ou « objectif »). Le système des principes présenté dans les *Seconds Analytiques* serait ainsi un système instable, intermédiaire historique entre deux conceptions : dans la première, « didactique », en voie d'être dépassée, les principes sont envisagés *dialogiquement* comme les connaissances minimales prérequises par un élève pour apprendre l'intégralité du savoir d'un enseignant ; dans le second, « gnoséologique », en voie d'être constitué, les principes sont envisagés *objectivement* comme les connaissances *a priori* nécessaires et suffisantes à édifier l'ensemble d'un savoir. Décrivons successivement ces deux systèmes.

LES DEUX SYSTÈMES DES PRINCIPES

a) Les principes de la science comme système de connaissances

Considérons d'abord la science comme un système de connaissances et par conséquent ses principes comme les propositions primitives d'une « axiomatique ». C'est le point de vue sur l'exposé aristotélicien des principes généralement adopté par les historiens des mathématiques[49] : ceux-ci privilégient alors, au moins implicitement, la dimension « objective » de la science ancienne (c'est-à-dire le rapport du discours scientifique à ses objets), au détriment de la dimension « interlocutive » (c'est-à-dire le discours scientifique comme rapport dialogique entre un professeur et un élève). C'est en effet le point de vue que,

48. Voir à ce sujet l'article de J. Barnes, « Aristotle's Theory of Demonstration », paru originellement dans *Phronesis* 14 (1969), p. 123-152, reproduit dans *Articles on Aristotle, 1, Science*, J. Barnes, M. Schofield, R. Sorabji (eds), Londres, Duckworth, 1975. Voir aussi notre « Trois techniques de vérité dans la Grèce antique », *Hermès* 15, 1995, p. 41-51. Rappelons que, dès les premières phrases, les *Seconds Analytiques* s'inscrivent dans une problématique de la transmission des connaissances (« Tout enseignement et tout apprentissage rationnels nécessitent des connaissances préexistantes, etc. ») dans le droit fil de la question du *Ménon* : « comment est-il possible d'apprendre quoi que ce soit ? ». J. Barnes rappelle, en outre, que les concepts de « thèse », « axiome », « hypothèse », « postulat » sont empruntés à l'enseignement, et qu'en outre Aristote prend soin en permanence de distinguer sa théorie de la « démonstration » de celle de l'interrogation dialectique — ce qui montre qu'il conçoit fondamentalement ces deux types de discours comme relevant d'un même cadre, celui du dialogue : dialogue à sens unique avec l'élève, se distinguant autant du dialogue asymétrique avec le « répondant » (dialectique) que du monologue public devant un auditoire (rhétorique).

49. Par exemple T. Heath, *op. cit.*, p. 117-120 et M. Caveing, *op. cit.*, p. 117-122. Mais cette manière de lire le texte des *Seconds Analytiques* à partir d'Euclide remonte à Proclus.

comme nous l'avons vu, Aristote adopte au chapitre 7 et dans les trois premières parties du chapitre 10 (76 a 31-b 22).

Si une science est un corpus de connaissances, son rapport aux objets connus peut être en effet envisagé soit d'une façon « extensionnelle » (selon l'opposition du propre et du commun), soit d'une façon « intentionnelle », dans laquelle on peut distinguer le point de vue sémantique (celui de la signification des termes) et le point de vue « ontologique » (celui de l'existence des objets). Par ailleurs, il faut distinguer, aussi bien dans l'ordre sémantique que dans l'ordre ontologique, entre ce qui est posé au départ et ce qui est « dérivé », grâce à la déduction pour les objets et leurs propriétés, et grâce à la définition pour les termes.

On a donc le schéma suivant, qu'on peut appeler le système objectif des principes (point de vue gnoséologique)[50] :

Toute connaissance (d'objets) suppose des préconnaissances (ou « éléments ») qui se rangent en :

1) *axiomes*, principes communs[51], qui posent des propriétés indémontrables nécessaires à la démonstration de toutes les autres (voir 76 a 38-b 2, et 75 b 2) ;

50. Ce tableau s'inspire, partiellement, de celui de M. Caveing, *op. cit.*, p. 121.

51. Pour Aristote, la « communauté » à laquelle se réfèrent les axiomes est de deux types, selon qu'il s'agit d'axiomes de l'être en tant qu'être, communauté transgénérique, ou de l'être en tant qu'il relève de tel ou tel genre déterminé, communauté générique. La communauté la plus extensive concerne tous les objets (l'être) et les axiomes de la « science de l'être en tant qu'être » sont aussi communs à toutes les sciences — par exemple aux trois grands types de sciences distinguées en *Métaph.* E, 1, mathématiques, physiques et théologiques— en tant que toutes les sciences sont démonstratives. Mais comme toute science étudie l'*être* sous un certain genre, par exemple les sciences mathématiques étudient l'être sous le genre (c'est-à-dire en l'occurrence sous la catégorie) de la quantité, donc les êtres immuables mais abstraits (voir *Métaph.* E, 1), tandis que les sciences physiques étudient les êtres naturels (concrets mais muables), les principes communs à toutes les sciences sont en même temps ceux de la science de « l'être en tant qu'être » (*Métaph.* Γ, 3, 1005 a 23-28), ce sont les principes de contradiction et de tiers exclu : « Aucune science ne les énonce tels quels, mais toutes les reconnaissent implicitement » (*Anal. post.* I, 11, 77 a 10 *sq.*, où Aristote note aussi les cas où ils peuvent être explicités), parce qu'ils sont nécessaires aux procédures déductives elles-mêmes. C'est pourquoi ils sont non seulement communs à toutes les sciences mais aussi à la dialectique (77 a 28) qui partage avec elles ses procédures argumentatives (notamment le « raisonnement déductif ») et grâce à laquelle on peut justement « démontrer » (non apodictiquement) ces principes (*ibid.*). À l'intérieur de chaque genre d'être, chaque science proprement dite envisage son genre propre, pris cette fois au sens strict d'*objet* — ainsi l'arithmétique étudie la quantité discontinue (le nombre) et la géométrie la quantité continue (la grandeur) — mais les axiomes sont *communs* à tous ces objets en tant qu'ils relèvent du même « genre » d'êtres, par exemple les êtres quantifiables : ce sont les axiomes de la mathématique générale. L'usage « analogique » des axiomes consiste à subsumer sous un concept général (par exemple « quantité »), le domaine d'objets considérés. Ainsi, le géomètre se sert de l'axiome « des choses égales ôtées de choses égales, les restes sont égaux », et l'applique à la quantité continue, en remplaçant la variable « chose » par « grandeurs », tandis que l'arithméticien se sert du *même* axiome en l'appliquant aux nombres (I, 10, 76 a 37-b 2). Il est possible qu'Aristote ait aussi en vue la possibilité d'une science de la quantité en général, sur le modèle de la théorie eudoxienne des proportions, comme l'attesterait le début du chapitre M 3 de la *Métaphysique* (cf. 1077 b 17-22).

2) *thèses*, principes indémontrables propres, parmi lesquels on peut distinguer :

2a) des *définitions*, qui posent des significations de termes mais non l'existence d'objets (voir 76 a 32 et aussi 72 a 21-23),

2b) des *hypothèses*, qui posent l'existence des objets indémontrables (voir 76 a 33-36 et aussi 72 a 23-24).

C'est à peu près ce système des principes — leur nature, leur fonction, leurs relations entre eux — qui va s'imposer dans les pratiques scientifiques ultérieures et notamment dans les *Éléments* d'Euclide (si l'on retient la valeur « hypothétique » au sens aristotélicien qu'y ont les *trois premiers* postulats, comme on l'a suggéré plus haut).

b) Les principes de la science comme système didactique

Mais la science n'est pas seulement un système de connaissances, c'est aussi un certain type de pratique discursive. Comme le dit Aristote, « le discours de la science est celui de l'enseignement » (*Rhét.* I, 1, 1355 a 25). C'est pourquoi on peut aussi, et c'est également ce que fait Aristote (notamment aux chapitres 1 et 2 et dans la dernière partie du chapitre 10 des *Seconds Analytiques*), considérer les principes de la science selon leur dimension interlocutive, comme les énoncés de l'enseignant qui explicite le savoir minimal qu'il doit nécessairement imputer initialement à un élève n'ayant *rien appris* pour que l'apprentissage soit possible. C'est le point de vue qu'Aristote *recueille*, sans doute à partir des pratiques discursives courantes à son époque, par exemple à l'Académie. On est alors amené à définir d'une tout autre façon les principes que nous venons de distinguer « objectivement », ainsi qu'à en distinguer de nouveaux.

Considérons d'abord la distinction entre thèses et axiomes. « Objectivement », ils se différencient d'un point de vue extensionnel : les thèses sont propres à un domaine d'objets, les axiomes sont communs à plusieurs sciences. Mais, « interlocutivement », la différenciation est tout autre. Une « thèse » est un principe qui « n'est pas démontrable mais qu'il n'est pas nécessaire de posséder pour apprendre quelque chose » (*Anal. post.* I, 2, 72 a 16), autrement dit la thèse est, comme son nom l'indique (θέσις, de τιθέναι, « poser ») *posée* par l'enseignant, alors que l'axiome est défini « ce qui est nécessaire à apprendre quoi que ce soit » (*ibid.*, I, 2, 72 a 17), autrement dit, comme ce qui est nécessairement déjà possédé par l'élève avant tout discours du professeur et pour qu'il puisse en apprendre quelque chose : il faut déjà que l'élève possède un savoir (minimal et commun à toutes choses), pour qu'il puisse apprendre quoi que ce soit d'une science particulière. De là l'ambiguïté des définitions du chapitre 2, qui traduit cette hésitation entre deux systèmes : soit l'axiome s'oppose à la thèse comme le commun au propre (point de vue extensionnel du système objectif), soit il s'oppose à la thèse comme le posé par le maître au possédé par l'élève (système interlocutif).

Considérons les différents axiomes. Objectivement, les axiomes sont appelés les « communs » : ils se différencient selon l'extension du domaine scientifique qu'ils gouvernent, qu'ils soient transgénériques (comme les principes de contradiction ou de tiers exclu) ou génériques [52], comme les axiomes de la quantité. Interlocutivement, la différence est autre. En effet, selon la première phrase des *Seconds Analytiques*, « tout enseignement et tout apprentissage rationnel (διανοητικὴ) suppose des connaissances préexistantes ». Comme le mot de « thèse » se réfère à la pratique de l'enseignant qui *pose* initialement sans les démontrer ce qu'il pourrait démontrer, le mot d'« axiome » se réfère à la pratique de l'enseignant qui formule les propositions indémontrables mais auxquelles l'élève ne peut refuser son assentiment (ἀξίωμα de ἀξιόω, « juger juste ») [53]. L'axiome en général est défini d'une manière conforme à ce qu'indique le mot : « ce dont la possession est nécessaire à celui qui veut apprendre quelque chose (τι) » (*Anal. post.* I, 2, 72 a 16), ou même « quoi que ce soit (ὁτιοῦν) » (72 a 17). Cette définition générale de l'axiome par le savoir dont dispose l'élève avant tout apprentissage implique évidemment que son contenu dépende de *ce que* l'élève veut apprendre. Pour « apprendre » quoi que ce soit de façon « *rationnelle* » — ou « dianoétique » (c'est-à-dire sans aucune preuve extérieure au discours ni appel à l'autorité d'un maître), il faut pouvoir démontrer — et il est donc nécessaire d'admettre les principes de contradiction et de tiers exclu, qui sont les principes de la science de l'être en tant qu'être. L'axiome le plus extensif, le principe de contradiction, est ainsi défini dans la *Métaphysique* : « un principe dont la possession est nécessaire à celui qui veut appréhender n'importe lequel des êtres » (Γ 3, 1005 b 15 [54]). Pour apprendre *telle* science générale, les mathématiques, par exemple, il est nécessaire de reconnaître les axiomes de la quantité ; le sachant, l'élève pourra aborder n'importe quelle branche des mathématiques, sans avoir besoin d'admettre en outre la vérité de ces axiomes dans le cas particulier des nombres ou des grandeurs.

Considérons maintenant la distinction « hypothèse »/« définition ». On a vu quelle est leur différence « objective », c'est celle qui distingue le point de vue

52. Voir note précédente.

53. Notons que c'est, en effet, dans les contextes didactiques qu'Aristote emploie ce terme d'« axiome », alors qu'il emploie « commun » dans les contextes « objectifs ». L'équivalence est posée en *Anal. post.* I, 10, 76 b 14 (« les communs appelés axiomes »).

54. Notons que cette détermination « interlocutive » est, dans ce texte, immédiatement suivie de son pendant « objectif » : « ce qu'il est nécessaire de connaître pour connaître quoi que ce soit » (*ibid.*, 1005 b 16-17).

sémantique du point de vue ontologique : « une thèse qui assume l'une des deux parties d'une contradiction (je veux dire, par exemple, qu'une chose est ou n'est pas, je l'appelle une hypothèse ; sinon [c'est-à-dire sans position d'existence], c'est une définition » (*Anal. post.* I, 2, 76 a 19-21). Mais la différence « interlocutive » est tout autre. Du point de vue de l'*auditeur* en effet, les définitions « requièrent seulement d'être *comprises* ; ce qui n'est pas le cas des hypothèses — à moins de prétendre que le simple fait d'entendre (τὸ ἀκούειν) constitue une hypothèse » (*Anal. post.* I, 10, 76 b 35-37 [55]). Face à la définition, on n'attend donc de l'élève qu'une attitude : celle de l'écoute (ἀκούειν) et par conséquent la compréhension de la langue qu'on lui parle. En revanche, face à l'axiome, qui est une *assertion* du professeur, celui-ci attend une attitude qui engage sa « faculté de juger » : l'élève doit nécessairement juger vrai (δοκεῖν, 76 b 24) ce qu'on lui affirme — et pas seulement en paroles en approuvant le discours extérieur que lui adresse l'enseignant, mais réellement, en approuvant le discours intérieur qu'il s'adresse à lui-même dans son âme (76 b 26-27) [56].

Le fait que la « science » (ou peut-être, plutôt, l'*épistémè*) soit adressée à un élève qui dispose d'une « faculté de juger » (*doxa*) permet d'ailleurs d'introduire une nouvelle distinction entre les principes, que ne permettait pas l'analyse « objective » : cette fois entre « hypothèses » (= suppositions) et « postulats » (= demandes). « Ce qui, tout en étant démontrable, est posé par l'enseignant sans démonstration, s'il le fait conformément à l'opinion de l'élève (δοκοῦντα), c'est une hypothèse — une hypothèse relative à l'élève ; si, au contraire, cette même assomption est faite alors que l'élève n'a aucune opinion sur la question ou a une opinion contraire, c'est un postulat. Telle est la différence entre hypothèse et postulat : celui-ci est contraire à l'opinion de l'élève et, quoique démontrable, est posé et utilisé par l'enseignant sans démonstration » (76 b 27-34). Toute contradiction de ce passage avec le reste des *Seconds Analytiques* disparaît si on le lit à la lueur d'une autre conception de la « science ». Dans une « science » comme système « axiomatisé », une hypothèse est une affirmation d'existence d'objet propre à une science, *indémontrable*, mais légitime dans la mesure où il détermine l'objet à étudier et est donc au *fondement* (autre sens de *hypothesis*) même du système. Dans un système idéal de transmission des connaissances, une « hypothèse » est une affirmation faite par l'enseignant de quelque chose que lui (qui idéalement sait tout) sait déjà (et est donc en ce sens *démontrable*) mais qui ne fait pas encore partie du savoir de son élève et qu'il doit donc « supposer ». On comprend pourquoi la distinction entre « hypo-

55. Voir déjà le même terme de « comprendre » (ξυνιέναι) au chapitre 1, 71 a 13.

56. Si, comme nous le suggérons, cette conception didactique des axiomes est antérieure à Aristote et date de l'Académie, cela contribue à expliquer le recours, rare en effet chez Aristote, à ce vocabulaire du dialogue intérieur (voir ci-dessus note 37).

thèses » et « postulats » ne pouvait pas être faite du point de vue « objectif ». La *même proposition* est, selon les situations interlocutives, hypothétique ou postulée. Lorsque l'enseignant énonce sans démonstration que *P* (qui est pourtant démontrable), il fait indistinctement une hypothèse ou un postulat ; seule l'attitude de l'élève détermine que cette *même* assomption (τὸ αὐτό, 76 b 31) est posée hypothétiquement (s'il l'approuve) ou postulée (s'il la désapprouve).

Ainsi considérés interlocutivement, les principes ne relèvent pas d'une « théorie transcendantale de la connaissance », mais d'une « théorie transcendantale de l'apprentissage ». La question n'est pas « que faut-il reconnaître (*a priori*) pour pouvoir en déduire l'ensemble des connaissances vraies ? », mais « que faut-il savoir (*a priori*) pour pouvoir apprendre quelque chose ? » De là l'« axiomatique de l'apprentissage » : pour que l'élève *apprenne*, il faut d'une part qu'il *comprenne* (des définitions), d'autre part qu'il *juge vraies* (des thèses), et parmi celles-ci, il y a celles qu'il doit *nécessairement* juger vraies — les *axiomes* — et celles qu'il *peut* juger vraies ou non : si oui, ce sont des *hypothèses*, si non, ce sont des *postulats*.

Voyons de plus près ces quatre types de prérequis de l'élève correspondant donc à trois facultés de l'interlocuteur dans le dialogue. Pour pouvoir lui enseigner quelque chose, l'enseignant attend de l'élève l'exercice de deux types différents d'aptitude. D'abord il doit « comprendre ce qu'on lui dit ». Cette « compréhension » est ce que tout homme qui parle attend de son interlocuteur quel qu'il soit — et pas seulement le professeur face à l'élève. C'est cette aptitude humaine face au langage qui distingue l'homme du végétal par exemple (*Métaph.* Γ, 3, 1006 a 15), ou encore celui qui parle grec du barbare[57]. C'est aussi, par exemple, la possession de cette seule faculté qui permet de réfuter un adversaire qui nierait le principe de contradiction — qui se distingue donc, de ce point de vue, des autres axiomes : il suffit qu'il parle ou du moins qu'il parle la même langue que nous, pour admettre que « les mots ont un sens déterminé et unique » (*Métaph.* Γ 3, 1006 a 29-30 et b 16-18), sans quoi « il n'y aurait plus de dialogue ni les uns avec les autres, ni même avec soi-même » (*ibid.*, 1006 b 8-9). C'est aussi la première faculté nécessaire à l'élève : il faut qu'il comprenne les mots du professeur, par exemple « droit », « carré », « unité », « nombre ». De cette compréhension, l'enseignant doit d'ailleurs s'assurer en « définissant », c'est-à-dire en énonçant ce sens « déterminé et unique » dans lequel il emploiera ces mots tout au long de son enseignement et qui sera ainsi le même pour lui et pour l'élève.

Par ailleurs, pour que l'élève puisse apprendre « rationnellement » quelque

57. Voir déjà, dans Platon, la question que pose Socrate à propos de l'esclave avant d'entreprendre un problème de géométrie avec lui : « parle-t-il grec ? » (*Ménon*, 82 b).

chose, il faut qu'il puisse « juger vrai » ce qu'on lui affirme, discriminer le vrai du faux. Cette exigence n'est pas conditionnée par l'usage général du langage (du dialogue) mais seulement par son usage « assertif » (l'affirmation et la négation), et elle est requise de la part des deux interlocuteurs : tant celui qui affirme que celui à qui on affirme doit en être convaincu. Le professeur fonde ses raisonnements sur des prémisses vraies et reconnues comme telles par son interlocuteur. Tel est le propre, en effet, des arguments « didactiques » : il y a, en effet, « quatre genre d'arguments dans la pratique du dialogue : les arguments didactiques, dialectiques, critiques et éristiques. Sont didactiques les arguments qui concluent à partir des principes propres à chaque discipline, et non des opinions de celui qui répond, car il faut que l'élève soit convaincu (πιστεύειν) » (*Soph. El.* 2, 165 b 4). Ainsi considérée, la démonstration scientifique se distingue des autres formes de pratique dialogique par la *conviction* (πίστις) de celui à qui le discours s'adresse, sans laquelle les raisonnements scientifiques seraient voués à la contingence des argumentations dialectiques ; et cette adhésion confiante de l'élève au savoir, il faut et il suffit qu'elle se manifeste face aux principes, à partir desquels elle se transmet à tout ce qu'il apprend et qui en dépend.

Cette conviction peut être nécessaire ou contingente. Elle est nécessaire dans le cas du savoir (*épistémè*) car ce qu'on sait, on le sait comme nécessairement vrai, on ne peut ni le nier ni en douter[58] ; elle est contingente dans le cas de l'opinion[59]. Pour pouvoir enseigner quelque chose à l'élève, il faut d'un côté qu'il *sache* certaines choses (les axiomes), c'est-à-dire qu'il en admette nécessairement la vérité sans en pouvoir douter : celui qui ne sait rien ne peut rien apprendre. Et justement, ce que l'élève doit ainsi nécessairement savoir initialement, c'est ce qu'il lui est *impossible* d'ignorer et en même temps ce dont la vérité est indéniable, par exemple le fait que « si de choses égales, on retranche des choses égales, les restes sont égaux ». La conviction de l'élève peut aussi être contingente. C'est celle que l'on obtient de lui comme de quiconque à qui l'on demande son opinion. C'est celle à laquelle on fait appel dans la pratique ordinaire de la dialectique — ou même en rhétorique — lorsque l'on attend de l'interlocuteur qu'il acquiesce à la question qu'on lui pose, ou qu'il approuve ce qu'on lui affirme, qu'il lui accorde sa « créance », qu'il peut très bien lui refuser. Dans son « régime normal », l'*épistémè* ne doit pas recourir à ces convictions contingentes, et l'enseignant n'a pas à faire appel aux opinions de

58. Voir *Eth. Nic.* VI, 3, 1139 b 17, *De Anima* III, 3, 428 a 17-19, *Anal. post.* II, 19, 100 b 5-8.

59. Sur le fait que la *pistis* est commune à l'*épistémè* et à la *doxa*, voir *Eth. Nic.* VII, 5, 1146 b 25-31. « En réalité, l'opinion entraîne la conviction car il est impossible d'avoir une opinion sans y adhérer (*De Anima* III, 3, 428 a 19-21 » ; « De plus, l'opinion suppose toujours la conviction, la conviction suppose d'avoir été convaincu et celle-ci le discours » (*ibid.*, III, 3, 428 a 23).

son élève, puisque le savoir (*épistémè*) est nécessairement *vrai*, sans quoi ce ne serait pas un savoir. L'*épistémè* doit donc partir de ce qui est déjà su et en déduire quelque chose de su : tout ce que le professeur pose comme vrai, il le démontre à partir de ce qui est déjà su. La règle générale de la transmission épistémique est la suivante : ne jamais admettre comme vrai que ce que l'autre, à qui on s'adresse, reconnaît déjà comme vrai. Ainsi, démontrer une proposition, c'est faire reconnaître à l'élève la vérité d'une proposition encore ignorée à partir des seules propositions qu'il sait déjà, et notamment des « principes », qu'il sait « toujours déjà ». Mais il peut arriver circonstanciellement, accidentellement, qu'un professeur aie besoin de démontrer quelque chose à un élève à partir d'un principe qui n'appartient pas, ou pas encore, au savoir de l'élève, bien que cela appartienne à son savoir de professeur : en tant qu'il appartient au savoir du professeur, ce principe est, de droit, démontrable, mais en tant que le professeur s'en sert comme principe sans vouloir ou pouvoir le démontrer *à l'élève* (c'est-à-dire lui en faire reconnaître la vérité à partir des seules vérités qu'il possède), il demeure non démontré pour l'élève. Le professeur demande à l'élève qu'il lui accorde : ce principe est « supposé » (hypothèse) ou « demandé » (postulat). Cette démarche n'altère que de manière accidentelle la règle générale de la transmission épistémique ; et elle est légitime puisqu'il s'agit d'énoncés *démontrables*, c'est-à-dire qui appartiennent au corpus de ceux qui pourraient se déduire d'énoncés antérieurs. L'enseignant, qui sait que cet énoncé est vrai, le pose donc en principe comme vrai pour l'élève, qui lui ne *sait* pas qu'il est vrai, afin qu'il l'accepte. Si oui, ce principe est une hypothèse, *relative à l'élève*, sinon, c'est un postulat tout aussi relatif à l'élève. En fait, du point de vue de l'élève, la différence est importante, puisque l'énoncé démontré l'aura été, dans le premier cas, à partir seulement d'énoncés qu'il aura lui-même reconnus comme vrais (conformément à la règle générale de l'apprentissage), alors que dans l'autre cas, l'enseignant aura recouru à un principe (le postulat) dont il n'a pas admis la vérité. Mais en droit cela ne change rien parce que l'opinion de l'élève ne doit jamais entrer en ligne de compte dans la construction de son propre *savoir*.

On a donc cette fois le tableau suivant qu'on peut appeler le système « interlocutif » des principes, qui embrasse le « point de vue didactique » sur l'axiomatique :

Pour pouvoir *apprendre* quelque chose, il faut :

1) *comprendre* des termes (*oroi*). Il faut donc s'entendre sur, et par, des « définitions » (voir 71 a 13 et aussi 76 b 37) ;

2) d'un autre côté *juger vraies* des propositions initiales (*dokein*), et parmi celles-ci il y a, d'un côté :

2a) celles dont la *conviction* (*pistis*) est nécessaire : on les sait nécessairement — ce sont les « axiomes » (voir 76 b 23-27 ainsi que 72 a 16-17) (« Puisque tu sais que P ») ;

2b) celles dont la conviction est contingente (*doxa*), et est donc demandée par le professeur (« Acceptes-tu que P ? ») ;

2b1) ce sont des *hypothèses* si on l'accorde à l'interlocuteur (76 b 27-30) ;

2b2) ce sont des *postulats*, si on refuse de lui donner son accord (76 b 30-33).

Ce tableau rend compte des différents principes dans les *Seconds Analytiques*, d'une manière complètement indépendante du tableau antérieur. Le système est aussi cohérent que le précédent mais il relève d'une perspective distincte, et aboutit à des définitions différentes des définitions et des axiomes, à une définition incompatible avec la précédente de l'hypothèse et à un principe inexistant dans le tableau précédent (le postulat). Ainsi, l'ensemble des difficultés textuelles que nous avons relevées peut-il être résolu.

Dans ce tableau, il y a aussi virtuellement, notons-le au passage, différentes conceptions de la « méthode géométrique ». Un système d'apprentissage du savoir qui ne reconnaîtrait que des principes de type 1 ressemblerait fort à l'« idée d'une méthode encore plus éminente et accomplie [que celle de la géométrie] mais où les hommes ne sauraient jamais arriver » et qui « consisterait en deux choses principales : l'une, de n'employer aucun terme dont on n'eût auparavant expliqué le sens ; l'autre de n'avancer jamais aucune proposition qu'on ne démontrât par des vérités déjà connues » (Pascal, *De l'esprit géométrique*, section I). Un système qui ne reconnaîtrait que les principes 1 et 2a serait le système idéal que vise l'axiomatique ancienne, puisqu'on y respecte la seule règle fondamentale du système de transmission rationnelle du savoir : ne jamais enseigner que ce qui se peut déduire de ce que l'élève sait déjà ; sont donc éliminés les principes 2b qui reposent sur la *doxa*, la faculté propre à la rhétorique et à la dialectique et dont devrait pouvoir idéalement se passer la science. Le système de principes 1, 2a et 2b1 est le système qui se réglerait sur l'exigence générale de toutes les « techniques dialogiques » (dialectique, rhétorique, *apodeixis* : n'admettre pour vrai que ce que l'interlocuteur accorde[60]. Le système complet est celui que, *de fait*, le professeur est bien obligé de reconnaître, en attendant qu'il puisse démontrer sans rien demander, c'est-à-dire que le fait s'accorde avec le droit.

60. Voir PLATON, *Gorg.* 486 e : « Je suis sûr que toutes les opinions de mon âme avec lesquelles tu seras d'accord seront, dès ce moment-là, des vérités ». Voir aussi 472 b-c et *Ménon* 75 d.

Enfin, on peut voir dans ces deux tableaux comment les deux perspectives, selon lesquelles sont considérés les principes de la science, peuvent être mis en corrélation avec deux perspectives selon lesquelles on peut envisager le *logos*, soit de façon « objective », soit de façon « interlocutive ».

« Objectivement », les principes correspondent à trois types de connaissances *a priori* (définitions de termes, axiomes qui énoncent des propriétés, et hypothèses qui posent des existences) nécessaires à construire tout l'édifice de la science ; ils peuvent être mis en corrélation avec trois déterminations « objectives » de *tout énoncé* : ce que ses termes signifient, l'existence de ce dont il parle et la propriété qui en est prédiquée. On a là trois éléments nécessaires du langage conçu « objectivement » comme un rapport au monde.

« Interlocutivement », les principes correspondent à trois types de dispositions prérequises d'un élève en situation d'apprendre quelque chose du discours que lui adresse un professeur : pouvoir comprendre la langue utilisée par l'enseignant (celui-ci s'en assure en énonçant des définitions) ; pouvoir juger de la vérité de ce qu'il reconnaît en lui déjà nécessairement *savoir* et ne peut donc pas nier (les axiomes) ; pouvoir (le cas échéant) juger de la vérité de ce qui peut être vrai ou faux (opiner) et ainsi admettre ou refuser certaines propositions posées sans démonstration par l'enseignant (hypothèses ou postulats). Ces trois types de dispositions correspondent en même temps à trois types de facultés mises en jeu dans cet échange interlocutif qu'est la science, c'est-à-dire la transmission du savoir, et donc à trois exigences du *logos* comme rapport interlocutif. Au plus bas degré, il y a la *compréhension* nécessaire à tout homme pour pouvoir parler et parler à quiconque de quelque façon que ce soit (cette faculté est coextensive au langage) ; au degré intermédiaire, il y a l'*opinion* nécessaire à tout homme pour pouvoir affirmer ou nier et donc nécessaire à tout acte d'assertion quel qu'il soit ; au degré supérieur, il y a le *savoir nécessaire* à certaines propositions auxquelles nul ne peut refuser son adhésion. On a là trois éléments du langage conçu « interlocutivement » comme rapport entre hommes.

DE LA SCIENCE COMME DIDACTIQUE IDÉALE À LA SCIENCE COMME SYSTÈME DE CONNAISSANCES

Les deux faces (objective et interlocutive) du langage correspondent ainsi à deux conceptions de l'essence de la démonstration et même à deux idées de la science qui coexistent plus ou moins bien dans le texte d'Aristote.

On peut d'abord concevoir la démonstration en termes logiques — c'est-à-dire « monologiques » : démontrer, c'est inférer, au moyen de règles formelles, une proposition nouvelle d'un ensemble de propositions antérieures. C'est en quoi consiste la connaissance purement rationnelle. Mais on peut aussi la concevoir en termes « dialogiques », comme un des modes par lesquels les hommes s'efforcent de se faire partager des vérités sans faire appel ni à l'autorité de celui qui parle ni à l'expérience qu'ils ont du monde — en accordant à ceux à qui ils s'adressent le pouvoir de juger de la vérité de ce qu'ils leur disent. C'est ainsi que procède l'apprentissage rationnel et que le professeur doit procéder. Il devrait partir de la « table rase » : en effet, l'élève idéal ne sait rien. Mais pourtant à qui ne sait rien on ne peut rien apprendre, on le sait depuis *Ménon* (80 d-81 e) — et c'est de là que part Aristote dans les *Seconds Analytiques*. Il se trouve, heureusement (et Platon puis Aristote s'efforcent de le montrer chacun à leur manière, Platon par sa théorie de la réminiscence, Aristote par sa théorie des « principes » de la science), que même celui qui ne sait rien, qui n'a rien appris de rien ni de personne, dispose d'une forme de savoir antérieur à tout apprentissage et en même temps *nécessaire* — en ce double sens qu'il ne peut manquer ni de le posséder ni d'y adhérer. Pour Aristote, sachant parler, il peut saisir le sens des mots et peut donc comprendre le travail de détermination définitionnelle effectué par son interlocuteur. Et, par ailleurs, il y a des vérités auxquelles tout homme donne *nécessairement* son adhésion. Il devrait donc suffire, en droit, de formuler explicitement ce savoir prérequis (définitions comprises, et axiomes admis) pour qu'il soit possible, à partir de lui, de tout « démontrer », en s'en tenant toujours et seulement au savoir de l'autre (si ignorant soit-il). Démontrer, ce n'est pas « enseigner », c'est même tout le contraire : c'est ne rien transmettre de son propre savoir, c'est ne rien transmettre à l'élève qu'il ne sache déjà ; démontrer, c'est montrer à l'autre ce qu'il sait sans savoir qu'il le sait[61]. Chaque moment de la démonstration récapitule ce qui est déjà su par l'autre, jusqu'à la conclusion nouvelle ; et de démonstration en démonstration, l'élève « apprend », sans que rien lui soit enseigné, depuis son état d'ignorance initiale quasi absolue (à l'exception du seul « pré-savoir » des principes) jusqu'à l'état de savoir total, c'est-à-dire jusqu'au point où son savoir est égal à celui du professeur. La démonstration, ce n'est pas seulement une certaine pratique didactique, c'est la forme absolue et idéale d'une transmission sans enseignement, la seule manière de partager le savoir également avec tous, en ne supposant chez eux que le pouvoir de comprendre et de juger, les compétences universelles des ignorants.

C'est probablement cette seconde conception de la « démonstration » comme opération didactique, et même comme didactique « idéale », qui était en œuvre avant Aristote, et notamment dans les milieux académiques. Mais c'est la

61. Voir déjà, dans l'interrogation de l'esclave du *Ménon*, les remarques continuelles de Socrate : « tu vois que je ne lui enseigne rien » (82 e ; cf. aussi 82 b, 84 d, 85 b-c).

conception « formelle » de la démonstration qui s'est sans doute progressivement imposée, comme on le voit chez Euclide, dont les *Éléments* demeurent pour nous, comme pour les Anciens, un « système de connaissances axiomatisé » presque parfait, la réalisation la plus proche possible d'un idéal de rationalité monologique pure : c'est ainsi qu'on voit en eux un corpus de connaissances épurées de toute empiricité, mais aussi complètement débarrassées d'arbitraire ou d'opinion contingente et par conséquent de toute trace de sujet d'énonciation particulier ou de relation interlocutive déterminée. La science euclidienne, c'est l'exemple type du discours que nul ne dit, nulle part, jamais, à personne, du discours anonyme au présent éternel, le moins « discours » de tous les discours. Ne resterait-il donc rien chez Euclide, de l'origine didactique et dialogique de la pratique démonstrative, ne resterait-il rien dans ce discours au style si « objectif », de son origine « interlocutive » ? Presque rien, si ce n'est des traces justement, deux résidus fossilisés de l'ancienne relation professeur-élève : la première dans la démonstration (le « diorisme »), la seconde, dans les principes non démontrés (le « postulat »).

Ce qui est remarquable, dans la forme ritualisée de la démonstration euclidienne, ce qui contribue pour une part importante à son style et à sa majesté uniques, c'est, entre autres, l'absence de toute référence aux conditions de l'énonciation (et donc de tout recours aux « déictiques »). L'universalité du discours démonstratif se manifeste dans une forme aussi impersonnelle que possible : c'est ainsi, par exemple, que « les formes verbales systématiquement utilisées dans les problèmes et les théorèmes pour introduire les éléments de la construction sont au parfait passif de l'impératif » (en français, par exemple : « que soit décrit... », « que soient jointes... »). « D'une manière plus générale, ajoute B. Vitrac, les objets mathématiques sont très souvent les sujets des verbes, le « mathématicien » s'effaçant devant ce qu'il contemple (ou ce qu'il construit à l'« image » de ce qui est déjà là) »[62]. Cette impersonnalité est renforcée par le caractère quasi mécanique du processus qui mène à chaque vérité, les mêmes étapes étant toujours parcourues selon un ordre rituel : proposition — *protasis* —, exposition — *ecthèse* —, détermination — *diorismos* —, construction — *kataskeuè* —, démonstration — *apodeixis*, et conclusion — *sumperasma*. Mais justement, il y a, dans cette mécanique, une exception significative, à première vue étonnante, à la grammaire impersonnelle du texte. Le *diorisme*, partie de la démonstration qui, comme le dit Proclus, « explique clairement à part ce qu'est précisément la chose cherchée »[63] s'annonce systématiquement

62. B. VITRAC, *op. cit.*, p. 195.

63. M. CAVEING le dit plus précisément : C'est « de façon symétrique à l'exposition [instanciation des données], une instanciation de l'objet de la recherche par les mêmes moyens » (*op. cit.*, p. 138).

par la formule « Je dis que... ». Il s'agit, après l'instanciation des variables effectuée par l'*ecthèse*, de répéter la proposition à démontrer qui avait été formulée à l'infinitif dans la protase généralement sous la forme hypothétique (« si... alors »). Notons que la formule « je dis que » (λέγω ὅτι) est très ancienne puisqu'on la trouve déjà dans la pratique démonstrative d'Autolycos [64] et qu'elle était utilisée par Eudème [65]. On a sûrement affaire à un héritage résiduel du « dialogue » entre professeur et élève que l'on peut plus ou moins concevoir de la manière suivante : le professeur énonce d'abord (« protase ») la proposition à démontrer (ou le problème à résoudre) par l'élève auquel il s'adresse ; puis il dessine la figure correspondante et il s'appuie sur elle pour instancier, dans l'« exposition », toutes les variables du théorème, en « laissant parler » la figure — ce qui explique la forme passive de l'expression [66] ; puis vient le « diorisme », où la proposition initiale est reprise mais particularisée grâce aux instanciations qui viennent d'être effectuées : par exemple, « Je dis que BD est en alignement avec CD » (I, 14). « Moi, semble dire ce sujet anonyme et sans voix, je soutiens, pour le savoir déjà, que... » : dans cette énonciation s'entend l'écho de l'ancienne voix du professeur. On comprend en effet pourquoi c'est le moment, le seul, où le professeur prend la parole en son nom propre (« je dis que ») : c'est en effet le seul moment de la démonstration [67] où une vérité est dite qui ne s'impose pas d'elle-même et qui donc ne pourrait pas être dite, du moins pas dite comme vérité, *par celui à qui elle est adressée*. Le professeur, à ce moment de la démonstration, sait que « BD est en alignement avec CD », et est le seul à pouvoir le savoir déjà ; il l'annonce alors, et *l'énonce comme une dimension de son propre savoir* — en contradiction apparente avec la règle fondamentale du discours démonstratif qui veut que l'on n'y affirme jamais rien que l'autre ne sache ou ne reconnaisse déjà. La suite (construction, démonstration, conclusion) pourra se faire de nouveau à la forme impersonnelle, puisque plus rien n'est dit qui ne s'impose de soi-même à quiconque. On peut d'ailleurs supposer que le moment de l'*apodeixis* proprement dite se faisait initialement sous une forme réellement dialoguée « n'est-il pas vrai que *P* ? », lorsque le professeur fait appel à des propositions dont la vérité s'impose (axiomes), « n'admets-tu pas déjà que *P* ? », lorsqu'il s'agit de faire appel à des théorèmes antérieurement

Notons que la formule « je dis que », n'apparaît que dans les théorèmes ; dans les problèmes, elle est substituée par la formule « il faut alors ».

64. AUTOLYCOS DE PITANE, *op. cit.*, *Sph.* 2, et 12. Voir ci-dessus, note 5.

65. D'après SIMPLICIUS, *Phys.* 68. 30.

66. C'est sans doute à ce moment de la pratique démonstrative qu'Aristote fait allusion en *Anal. post.* I, 10, 76 a 39-77 b 3, en appelant « hypothèse » ce qui sera nommé par la suite « ecthèse ».

67. À l'exception, bien sûr, de la protase, qui est aussi dite par le professeur. Mais au moment de son énonciation, elle n'est pas annoncée comme une vérité posée par le professeur mais proposée à l'élève comme question générale à résoudre.

démontrés, « admets-tu ou non que *P* ? », lorsque le professeur doit faire appel à des propositions non encore démontrées (hypothèses ou postulats selon la réponse de l'élève). Et, dans les trois cas, le professeur peut dire, de chaque proposition nécessaire à la démonstration : « que *P* soit donc posé » — formule à la forme passive impersonnelle que retiendront les manuels mathématiques et en particulier les *Éléments*. De la même manière, les manuels retiendront le retour, dans la conclusion, à la formulation générale de la proposition (c'est-à-dire à la forme qu'elle avait dans la « protase » avant toute instanciation) qui montre que c'est bien elle et non un cas particulier qui a été démontré, comme ils retiendront la formule canonique par laquelle le professeur exhibait ce retour (« ce qu'il fallait montrer » — dans le cas des propositions, « ce qu'il fallait faire » dans le cas des problèmes), qui ponctuait à la fois sa propre « exhibition » et le fait que ce qu'il annonçait était bien à la portée du savoir ou du savoir-faire de l'élève.

La deuxième trace, chez Euclide, de l'ancienne relation dialogique se trouve dans les « principes » et singulièrement dans la notion de « postulat ». On se souvient que le texte d'Aristote, même s'il propose finalement deux définitions de ce terme (« ce qui est contraire à l'opinion de l'élève, *ou* ce qui est démontrable mais posé et utilisé sans démonstration », 76 b 32-34) n'explicite que le premier sens, qui se réfère sans doute à la pratique ancienne du professeur demandant que l'élève lui accorde ce qui est requis pour les besoins de la démonstration. Il semble donc *a priori* incongru qu'Euclide recoure à ce terme et à cette pratique au début d'un « manuel », et énigmatique qu'il y mette précisément ces cinq propositions. On peut tenter d'expliquer les choses de la manière suivante : en même temps qu'il tente d'asseoir l'ensemble des mathématiques sur ses éléments premiers, et la démonstration sur des règles purement logiques, sans appel à l'« évidence sensible », Euclide tente aussi d'éliminer toute trace de contingence énonciative ou d'arbitraire des interlocuteurs. En droit, il ne devrait donc rien avoir à « exiger » de son destinataire ; il ne devrait donc pas y avoir de « demandes » dans les *Éléments*, et tout devrait pouvoir idéalement être ramené à des définitions (de termes) ou des notions communes de la quantité (concernant les relations comme l'égalité par exemple). Selon le programme épistémologique aristotélicien, le seul principe légitime supplémentaire devrait concerner le genre (par exemple, en géométrie, la grandeur), qu'il devrait être nécessaire et *suffisant* de présupposer pour qu'on en puisse déduire l'existence et les propriétés de tous les êtres (géométriques). On peut concevoir que tout le travail des mathématiciens à la recherche des « éléments », jusqu'à Euclide inclusivement, a ainsi consisté à tenter de ramener toutes les existences géométriques à un minimum d'objets simples à partir desquels tous les autres pourraient être démontrés par construction, de la même façon qu'ils s'efforçaient de ramener toutes les propriétés à un minimum de propriétés générales indémontrables (les « notions communes » à toutes les quantités). C'est bien ce qu'on voit chez Euclide qui est parvenu à réduire toutes les figures à deux figures simples, la droite et le cercle. Ce sont donc les deux seules *existences* qui lui restent à « supposer », au sens qu'Aristote donnait à ce terme, lorsqu'il parlait de ce qu'il fallait à la fois poser dans son existence et dans son essence (l'hypothèse) : non pas exactement le genre de la figure plane, mais deux figures particulières faciles à construire [68]. Mais, à côté de ces *existences* ni démontrées ni démontrables, il y a un autre « résidu » indémontré et il concerne des propriétés. Il reste en effet deux propositions proprement *géométriques*, et qui pourtant ne sont pas démontrées tout en étant nécessaires aux démonstrations des autres : la proposition de l'égalité des angles droits et celle des « parallèles ». Celles-ci doivent donc être « demandées », à la manière des anciens « postulats » posés par le professeur lorsqu'il *se passait de l'accord* de l'élève. Les mathématiciens autour d'Euclide se trouvent donc face à deux types de propositions indémontrables qui ne sont donc pas des notions communes, et concernent des existences et des propriétés. En les mettant toutes sous la même forme impersonnelle et sous le même mode des « demandes » (Ἠιτήσθω, « qu'il soit demandé », successivement trois autorisations de construction pour la droite et le cercle, et deux admissions de propriétés), Euclide montre par là leurs points communs de propositions proprement géométriques non encore démontrées et qu'il faut pourtant *poser* en principe ; il est clair d'ailleurs que les trois demandes de construction seront facilement accordées (conformément aux anciennes hypothèses, *dans les deux sens du terme* [69]) et que les demandes de propriétés, quelle que soit leur « évidence sensible », pourront être refusées [70]. Mais cette disparité peut apparaître secondaire au regard des points communs. En outre, cette dif-

68. On pourrait ainsi tenter de dessiner une ligne historique unique qui conduit des hypothèses platoniciennes (du moins celles de *Rép.* VI, 510 b-c) aux trois premiers postulats euclidiens, en passant par différents sens du mot « hypothèse » qui cohabitent dans le texte aristotélicien. La critique générale de Platon dans la *République* laisse entendre que les « hypothèses » que s'accordent les mathématiciens concernent tous les objets (« pair, impair, figures, trois espèces d'angles, etc. », 510 c) dont ils demandent qu'on leur accorde l'existence en même temps qu'ils en posent l'essence (dans les définitions par exemple). Les textes des *Seconds Analytiques* (I, 1, 2, 7) laissent entendre que les mathématiciens contemporains d'Aristote, sensibles peut-être à la critique platonicienne, tentent d'éliminer toutes ces « hypothèses » d'existence d'objets, ou du moins de les ramener au minimum — à savoir à l'objet même sur lequel ils travaillent (l'un et le nombre pour les arithméticiens, la grandeur pour les géomètres). Le texte euclidien montre où, de fait, ils sont parvenus : on assume implicitement l'existence du « genre » (et le terme d'hypothèse disparaît complètement) et on a réduit tous les objets géométriques à deux (droite et cercle) dont la possibilité de construction sera donc demandée.

69. Tant au sens de la proposition indémontrable de l'existence de l'objet (ou des objets) premier (*Anal. post.* I, 2, 72 a 20-24 et I, 10, 76 b 3-5).

70. C'est bien d'ailleurs ce qui se passe, historiquement. Ce sont les postulats 4 et 5 que l'on s'efforça de démontrer.

férence d'assentiment que reçoivent les cinq « demandes » d'Euclide ne fait que reprendre l'ancienne distinction, parfaitement contingente, entre les demandes qui se trouvent être acceptées par l'élève (hypothèses) et celles qui sont refusées (postulats). On comprend donc comment ce groupe, *mathématiquement hétérogène mais homogène au regard de la nouvelle idée de démonstration*, a pu être regroupé par Euclide dans un même ensemble et sous le même nom de « postulats », d'un nom qui avait perdu alors tout son sens proprement « dialogique », mais qui évoquait la même situation objective dans le travail du mathématicien. Il rejoignait par là le *second sens du mot* auquel fait allusion Aristote (« ce qui est démontrable mais posé et utilisé sans démonstration », 76 b 33-34), — ce qui contribuerait à prouver que celui-ci est sans doute, sur ce point encore, contemporain du passage du sens didactique au sens gnoséologique du mot « postulat », et plus généralement, témoin du passage d'une conception dialogique à une conception monologique de la démonstration.

Entre le Platon du *Ménon* et l'Euclide des *Éléments*, l'Aristote des *Seconds Analytiques* offre comme un maillon manquant. Mais le pont qu'il lance d'une rive à l'autre de la science démonstrative, de la science comme apprentissage à la science comme connaissance, est en équilibre instable. C'est pourquoi deux logiques indépendantes permettent de rendre compte du système des principes dans les *Seconds Analytiques*. Cette dualité trahit sans doute quelque chose de la doctrine aristotélicienne de la science : pour Aristote, l'*épistémè* est à la fois un système de connaissances et une formalisation des procédures de transmission discursive, de la même façon que le *discours* est pour lui analysable aussi bien selon sa dimension « objective » que selon sa dimension « interlocutive ». Mais cette dualité exprime sans doute aussi une vérité historique : Aristote est le témoin de deux époques et en même temps le passeur de l'ancienne *épistémè* à la nouvelle. En amont, à l'Académie ou dans les milieux scientifiques de l'époque de Platon, la question des principes de l'*épistémè* est celle du prérequis minimal nécessaire et suffisant à l'apprentissage rationnel total. En aval, et notamment dans les milieux mathématiques dans lesquels sont nés les *Éléments*, la question des principes de l'*épistémè* est celle des préconnaissances nécessaires et suffisantes à l'édifice du savoir rationnel total. Pouvoir tout apprendre de rien, ou presque, pouvoir tout connaître à partir de rien, ou presque, c'est bien, dans les deux cas, apprendre ou connaître rationnellement, c'est-à-dire *par soi-même* : dans les deux cas, la rationalité épistémique est le rejet du maître et de l'empiricité, dans les deux cas, le « soi-même » est un sujet universellement substituable. Pourtant, le « sujet » de la connaissance n'est plus tout à fait celui de l'apprentissage, car la rationalité dialogique qui fonde celle-ci n'est pas encore la rationalité monologique qui détermine celle-là : apprendre sans maître, c'est dialoguer avec un professeur quelconque, connaître par soi-même, c'est inférer selon des règles universelles. Au temps d'Aristote, ces deux questions se mêlent. Cela obscurcit peut-être sa « doctrine ». Mais cela contribue peut-être aussi à éclaircir l'histoire de la constitution de la science.

Francis WOLFF
Université de Paris-X